

**NB :** - Il sera tenu compte de la rédaction et la rigueur de raisonnement.  
- Tout résultat parachuté sera compté faux

**Exercice n°1 : (3pts)**

Pour chacune des questions suivantes, une seule des trois réponses proposées est exacte.

L'élève indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondante à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Une réponse correcte vaut 1 point, une réponse fausse ou l'absence de réponse vaut 0 point

1) Si  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$  et  $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$  alors le produit de  $A$  par  $B$ .

a) est une matrice d'ordre  $2 \times 3$     b) est une matrice d'ordre  $3 \times 1$     c) est impossible

2) Si  $A$  est une matrice qui vérifie la relation  $A^2 - A + I = 0$  alors  $A^{-1}$  est

a)  $I - A$     b)  $A^2 - A$     c)  $A + I$

3) Si  $A = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix}$  tel que  $\det(A) = 5$  et  $B = \begin{pmatrix} c_1 & a_1 & b_1 \\ c_2 & a_2 & b_2 \\ c_3 & a_3 & b_3 \end{pmatrix}$  alors  $\det(B)$  est égal à :

a) 5    b) -5    c) 25

**Exercice n°2 : (6pts)**

On considère l'application  $f$  de  $C$  dans  $C$  définie par :  $f(z) = z^3 + az^2 + bz + c$  ou  $a$ ,  $b$  et  $c$  sont des réels

1) a- Montrer que si  $f(2) = 0$  et  $f(1-i) = 0$  alors  $a$ ,  $b$  et  $c$  vérifient le système

$$(S) \begin{cases} 4a + 2b + c = -8 \\ b + c = 2 \\ 2a + b = -2 \end{cases}$$

b- Exprimer le système (s) sous forme matricielle

c- On donne la matrice  $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 2 & -2 & -4 \\ -2 & 0 & 4 \end{pmatrix}$

Calculer  $AB$  et déduire  $A^{-1}$  ( $A$  est la matrice de système (S))

d- Résoudre alors le système (S)

2) Dans la suite on prend  $f(z) = z^3 - 4z^2 + 6z - 4$

a- Vérifier que pour tout nombre complexe  $z$ , on a  $f(z) = (z-2)(z^2 - 2z + 2)$ .

b- Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation  $f(z) = 0$

3) Le plan complexe étant muni d'un repère orthonormé direct  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ , on désigne par  $A$  et  $B$  les points d'affixes respectives 2 et  $1-i$

a- Montrer que le triangle  $OAB$  est rectangle en  $B$

b- Soit  $C$  le symétrique de  $B$  par rapport à l'axe d'abscisses.

Montrer que  $OAC$  est un carré.

### Exercice n°3 : (5pts)

(C) et ( $\theta$ ) sont les représentations graphiques d'une fonction  $f$  continue sur  $[-2, 4]$  et d'une primitive  $F$  de  $f$  sur  $[-2, 4]$ .

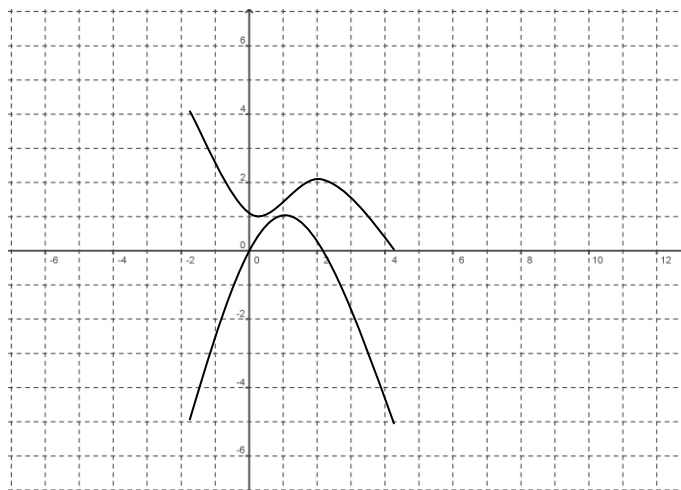
1) Déterminer parmi les courbes (C) et ( $\theta$ )

celle qui représente la fonction  $f$ . Justifier

2) Préciser  $f(0), f(2); f(4); f(-2); F(2); F(4); F(-2); F(0)$

3) Dresser le tableau de variation de  $F$

4) Déterminer le nombre de solution de l'équation  $f(x) = \frac{3}{2}$  sur  $[-2, 4]$ .



### Exercice n°4 : (6pts)

Soit  $f$  une fonction dont son tableau de variation est le suivant

On note  $C_f$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(o, \vec{i}, \vec{j})$

$x$	$-\infty$		$-1$		$0$		$1$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$			$-$	$0$	$+$		$-$
$f$			$+\infty$		$+\infty$		$+\infty$		$+\infty$

Diagram illustrating the variation table for the function  $f$ . The horizontal axis represents  $x$  with values  $-\infty, -1, 0, 1, +\infty$ . The vertical axis represents  $f'(x)$  and  $f$ . The sign of  $f'(x)$  is  $+$  for  $x < -1$ ,  $-$  for  $-1 < x < 0$ ,  $+$  for  $0 < x < 1$ , and  $-$  for  $x > 1$ . The function  $f$  has vertical asymptotes at  $x = -1$  and  $x = 1$ , where it goes to  $+\infty$ . The function  $f$  has horizontal asymptotes at  $y = 0$  for  $x \rightarrow -\infty$  and  $y = 1$  for  $x \rightarrow +\infty$ . Arrows indicate the behavior of the function near these asymptotes.

- 1) Préciser le domaine de définition de  $f$
- 2) Préciser les asymptotes à  $C_f$ .
- 3) Déterminer le signe de  $f(x)$  suivant les valeurs de  $x$
- 4) Donner une allure de  $C_f$  et construire les asymptotes dans un même repère orthonormé.

5) On suppose que  $f(x) = \frac{a}{(x-1)^2} + \frac{b}{(x+1)^2}$  pour  $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$

a- Calculer  $f'(x)$  et vérifier que  $a - b = 0$

b- Déterminer  $f(0)$  et vérifier que  $a + b = 1$

c- Déterminer alors  $a$  et  $b$ .

6) On suppose dans la suite que  $f(x) = \frac{1}{2(x-1)^2} + \frac{1}{2(x+1)^2}$  ;  $x \in ]-1, 1[$

a- Justifier que  $f$  admet une primitive sur  $] -1, 1[$

b- Déterminer la primitive  $F$  de  $f$  sur  $] -1, 1[$  qui vérifie  $F(0) = 0$

**Avec mes  
encouragements  
Essahli Imed**