L-IBN Khaldoun Prof : A- Khaled Date :06/03/2012	DEVOIR DE SYNTHESE N°2 Mathématiques	A-S : 2011/2012 Classe :4inf Durée :3h

EXERCICE N°1(3pts)

Cocher la réponse exacte

1/ si A est une matrice carrée d'ordre 3 de déterminant non nul alors :

i) dét(2A) est égale a :

a) 2 dét (A) ; b) 6 dét (A) ; c) 8 dét (A)

ii) le déterminant de la matrice inverse A^{-1} de A est égale a :

a) dét (A) ; b) - dét (A) ; c) $\frac{1}{\text{dét(A)}}$

2/ $\lim_{x \to 0} \frac{e^{-2x} - 1}{x}$ est égale à :

a) - 2 ; b) 1 ; c) 0

3/ la dérivée de la fonction : $x \to e^{-x} + \ln 2$ est :

a) $-e^{-x} + \frac{1}{2}$; b) $-e^{-x}$; c) $\frac{1}{e}$

EXERCICE N°2 (4pts)

Soit A la matrice définie par : $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$

1/ Calculer déterminant de A et en déduire que A est inversible

2/ Soit B la matrice définie par : $B = \begin{pmatrix} 1 & -5 & 3 \\ 3 & 5 & -1 \\ -5 & -5 & 5 \end{pmatrix}$

Calculer A.B et En déduire L'inverse A^{-1} de A

3/ Résoudre Dans IR^3 le système S : $\begin{cases} 2x + y - z = 4 \\ -x + 2y + z = 0 \\ x + 3y + 2z = 2 \end{cases}$

<u>EXERCICE N°4</u> (7pts)

Soit f la fonction définie sur IR par : $f(x) = x + \dfrac{e^x}{1+e^x}$ et on désigne par (C)

Sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (**unité : 2cm)**

1/ dresser le tableau de variation de f

2/ a)Montrer que f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur un intervalle J que l'on précisera

b) Montrer que l'équation f(x) =0 admet dans IR une unique solution α et que $-1 \pi \alpha \pi 0$

3) Montrer que $w(0, \frac{1}{2})$ est un centre de symétrie pour la courbe (C)

4/ a)Montrer que la droite D :y = x est une asymptote à (C) au voisinage de $-\infty$

b) Montrer que la droite D' :y = x +1est une asymptote à (C) au voisinage de $+\infty$

c) Etudier la position relative de la courbe (C) et la droite D'

5)Tracer D , D' (C) et la courbe (C') de f^{-1}

6) Calculer l'aire A de la partie du plan limitée par la courbe (C) et les droite D , x = 0 et x=1

<u>EXERCICE N°4</u> (6pts)

On donne une fonction f définie sur $]0,+\infty[$ par : $f(x) = (x-1)\ln x$

Soit (C) Sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1/ Soit h la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par : $h(x) = 1-\dfrac{1}{x} + \ln x$

a) Etudier les variation de h
b) Calculer h(1) puis déduire le signe de h

2/ a) Montrer que pour tout x de $]0,+\infty[$; $f'(x) = h(x)$

b)Dresser le tableau de variation de f puis tracer (C)

c)Calculer l'aire A de la partie du plan limitée par la courbe (C) et les droite y=0 , x = 1 et x=2

3/ Soit (I_n) la suite définie sur IN par : $I_n = \displaystyle\int_1^2 (x-1)^n \ln x \, dx$

a) Montrer que la suite I_n est décroissante et quelle est convergente
b) Montrer que pour tout n de IN : $0 \le I_n \le \dfrac{\ln 2}{n+1}$. Déduire alors la limite de I_n