Classe : 4sc info02 — *DEVOIR DE SYNTHÈSE N°2* — **durée : 02 heurs**

Lycée : hamouda Bacha — **date : 06-03-2012**

Exercice N°1 :(3pts)

Pour chacune des questions suivantes, une des trois réponses proposées est exacte. L'élève indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. (Aucune justification n'est demandée).

I) $Soit\ f(x) = ln(1-x^2)$

1) $L'ensemble\ de\ définition\ de\ f\ est$

$a)\ D_f = [-1,1]$ $\quad b) D_f =]-1,1[$ $\quad c)\ D_f =]0,+\infty[$

2) $La\ fonction\ dérivée\ de\ f\ est\ égale$

$a)\ f'(x) = \dfrac{x}{1-x^2}$ $\quad b)\ f'(x) = \dfrac{2x}{x^2-1}$ $\quad c) f'(x) = \dfrac{2x}{1-x^2}$

II) $Soit\ f(x) = \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{x+1}$ $, x \in]0,+\infty[$ $et\ F\ est\ une\ primitive\ de\ f\ définie\ sur\ ]0,+\infty[\ , alors$

$a)\ F(x) = ln(x^2+x) + k$; $b) F(x) = \dfrac{1}{x^2} + \dfrac{1}{(x+1)^2} + k$, $c)\ F(x) = \ln(\dfrac{x}{x+1}) + k$

Exercice N°2 :(6pts)

1) $On\ a\ représenté\ ci-dessous\ le\ tableau\ de\ variation\ de\ la\ fonction\ g\ définie\ sur\ ]0,+\infty[$ $par\ g(x) = x^2 - 1 + \ln(x)$

x	0	1	$+\infty$
$g'(x)$	‖	$+$	
g	‖ $-\infty$	0	$+\infty$

$Déterminer\ le\ signe\ de\ g(x) suivant\ les\ valeurs\ de\ x$

2) $On\ considére\ la\ fonction\ f\ définie\ sur\ ]0,+\infty[\ par:$

$f(x) = x - 1 - \dfrac{\ln(x)}{x}$; $On\ désigne\ par\ (C) la\ courbe\ de\ f\ dans\ un\ repère\ orthonormé\ (O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$

$a)\ Calculer\ \lim\limits_{x\to 0^+} f(x)\ et\ \lim\limits_{x\to +\infty} f(x)\ \ et\ interpréter\ graphiquement\ le\ résultat$

$b)\ Monter\ que\ la\ droite\ D: y = x - 1\ est\ une\ asymptote\ à\ la\ courbe\ (C)$

3) $a)\ Démonter\ que\ pour\ tout\ x \in]0,+\infty[$:

$f'(x) = \dfrac{g'(x)}{x^2}$

$b)\ Dresser\ le\ tableau\ de\ variation\ de\ f$

4) $a) Etudier\ la\ position\ relative\ de\ la\ courbe\ (C) de\ f et\ de\ la\ droite\ D$

$b)\ Tracer\ \ D\ et\ (C)$

5) $Montrer\ que\ la\ fonction\ \ F(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}(lnx)^2 - x + 1\ est\ une\ primitive\ de\ f sur]0,+\infty[$

Exercice N°3:(4pts)

1) $a)$ *justifier que l'équation* $9x + 5y = 1$ *admet des solutions dans* $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$

$b)$ *Donner une solution particulliére de l'équation* $9x + 5y = 1$

$c)$ *En déduire une solution particuliére de l'équation* $(E): 9x + 5y = 23$

$d)$ *Résoudre Dans* $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ *l'équation* (E)

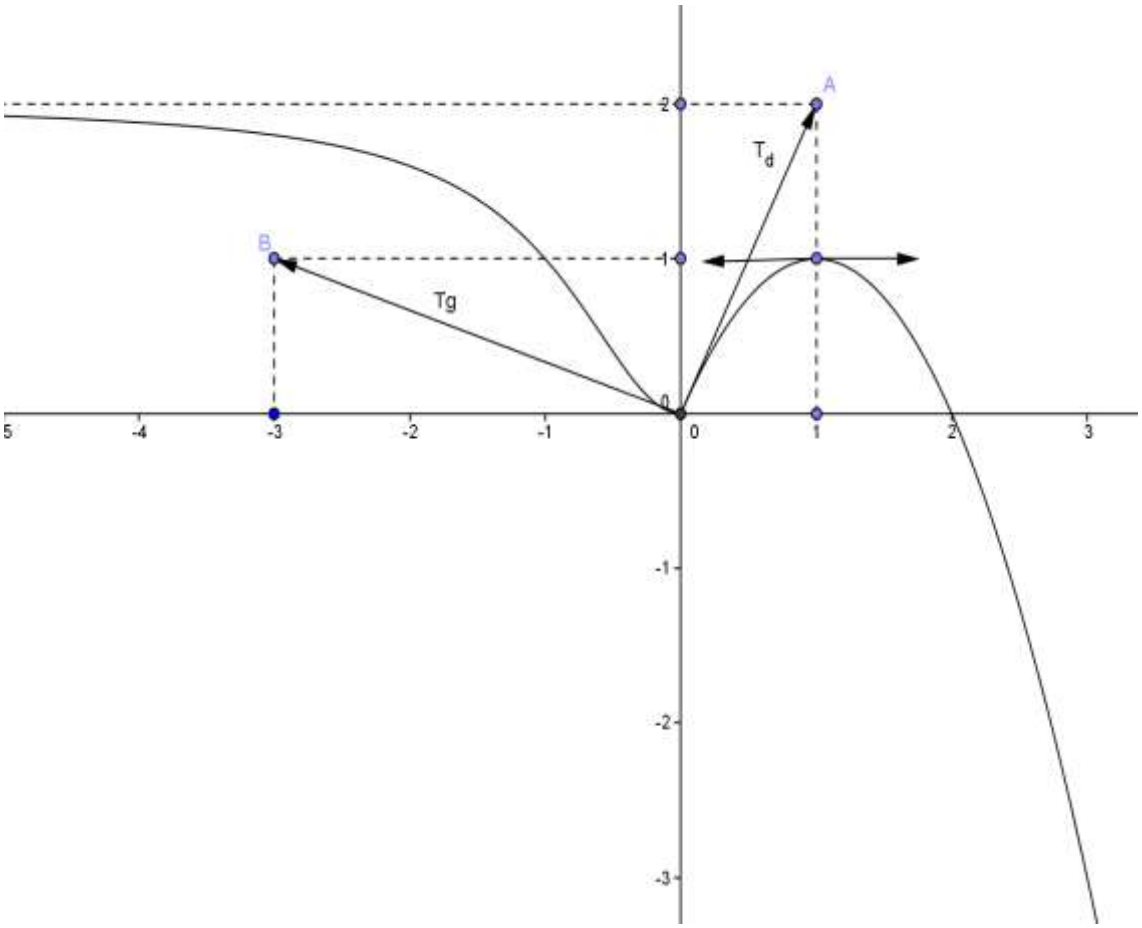
2) *On considére le systeme* $(S): \begin{cases} n \equiv 8[9] \\ n \equiv 4[5] \end{cases}$ *avec* $n \in \mathbb{Z}$

$a)$ *Montrer que le systeme* (S) *est équivalent à* $n \equiv 44[45]$

$b)$ *trouver les entiers naturels n compris entre* 120 *et* 130 *et leurs restes de la division euclidienne modulo* 45 *est* 44

Exercice N°4 :(4pts)

La figure suivante presente une courbe d'une fonction f définie sur IR
T_d *et* T_g *disigne les tangentes a lea courbe* (C) *de f en O*



1) *par une lecture graphique déterminer*:

$a)$ $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ *et* $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x}$

$b)$ $f(0)$; $f(1)$; $f'(1)$, $f'_g(1)$ *et* $f'_d(1)$

$c)$ *le signe de* $f(x)$ *suivant les valeurs de* x

d) l*le tableau des variations de* f

2) *On considére la fonction g définie par* $g(x) = ln[f(x)]$

$a)$ *Vérifier que* $D_g =]-\infty, 0[\cup]0,2[$

$b)$ *Calculer* $g'(x)$ *a l'aide de* $f'(x)$ *et* $f(x)$ *pour* $x \in]-\infty, 0[\cup]0,2[$

3) *Déterminer alors le sens des variations de g*

<u>Exercice N°5</u> :(3pts)

$Soit\ la\ fonction\ \ f(x) = \dfrac{1}{x\sqrt{lnx - 1}}$

1) $résoudre\ dans\ IR\ l'\ inéquation : lnx - 1 > 0$
2) $En\ déduire\ l'ensemble\ \ de\ définition\ \ I\ de\ f$
3) $a)\ Montrer\ que\ f\ \ admet\ une\ primitive\ F\ sur\ I$
   $b)\ Déterminer\ F(x) tels\ que\ F(e^2) = 0$