L-S :E-Elhaythem	Bac blanc 2018	Prof : D – Ali
A-S : 2017 / 2018	Epreuve : Mathématiques	Niveau : 4 inf
	Durée : 3 h coef : 3	

Exercice N°1 : 05 pts

Dans une région de 1000 Km^2 ; la superficie des terrains urbanises entre 1986 et 2014 est donne par le tableau suivant :

Année	1986	1990	1994	1998	2002	2006	2010	2014
Rang de l'année : X	0	4	8	12	16	20	24	28
Superficie en Km^2 : Y	80	94	110	129	152	178	205	236

1°) a) Donner le coefficient de corrélation linéaire r de la série (X ; Y) ; arrondie à 10^{-2} prés .

b) Un ajustement affine de Y en X est – il possible ? Justifier.

c) Déterminer un ajustement affine de Y en X par la méthode de Mayer.

d) En déduire une estimation E_1 de la superficie des terrains urbanises en 2020.

e) A partir de quelle année ; la superficie des terrains urbanises pourra dépasser 350 Km^2.

2°) On pose Z = ln(Y)

a) Donner les valeurs de Z arrondies a 10^{-2} prés.
b) Donner le coefficient de corrélation linéaire r' de la série statistique (X ; Z) arrondie A 10^{-4} prés
c) Déterminer un ajustement affine de Z en X par la méthode des moindres carres.
d) En déduire une estimation E_2 de la superficie des terrains urbanises en 2020.

Exercice N°2 :04pts

On considère dans ZxZ l'équation (E) : 10 x – 3 y = 5

1°) a) Vérifier que (-1 ; -5) est une solution de l'équation (E) .

b) Résoudre l'équation (E) .

2°) Soit le couple (x ; y) une solution de (E) .

a) Montrer que : $\begin{cases} x \equiv 2 (mod 3) \\ y \equiv 5 (mod 10) \end{cases}$

b) En déduire que pour tout $n \in IN$, on a : $\begin{cases} x^{2n+1} \equiv 2(mod3) \\ y^{2n+1} \equiv 5(mod10) \end{cases}$

c) Montrer alors que : $2x^{2n+1}$ - 3 $y^{2n+1} \equiv$ 1(mod

Exercice N°3 : 04pts

Une urne contient : une boule blanche ; une boule rouge et trois boules noires . toutes indiscernables au toucher.

1°) on tire une boule. Calculer la probabilité de l'événement

A " il reste dans l'urne exactement deux couleurs "

2°) On tire successivement et sans remise, deux boules de l'urne . Calculer la probabilité pour

Qu'il reste dans l'urne exactement deux couleurs.

3°) On tire simultanément deux boules de l'urne. on désigne par X l'alea numérique qui prend

Pour valeur le nombre de couleur qui restent dans l'urne.

a) Déterminer la loi de probabilité de X .
b) Calculer l'espères E(X)
c) Calculer la variance et l'écart –type de X .
d) Représenter graphiquement la fonction de répartition F dans un repère orthogonal du plan.

Exercice N°4 :07pts

A) Soit $g(x) = (1 - x)\, e^{-x} + 1$
   1) Etudier le sens de variation de g sur IR
   2) En déduire que pour tout réel x on a : $g(x) > 0$

B) Soit la fonction f définie sur IR par : $f(x) = x\, e^{-x} + x$. on désigne par ζ_f la courbe représentative de f dans un repère orthonormé (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$) du plan .
   1) a) Montrer que f est dérivable sur IR et que pour tout réel x ; $f'(x) = g(x)$
      b) Dresser le tableau de variation de f
   2) a) Montrer que la droite D : y = x est une asymptote à ζ_f au voisinage de (+∞)

      b) Etudier la position de ζ_f par apport à D

c) Donner une équation de la tangente T à ζ_f en son point d'abscisse 1 .
d) Tracer T . D et ζ_f

3°) soit $\alpha \in IR^*_+$. On désigne par $A(\alpha)$ l'aire de la partie du plan limitée par ζ_f ; D et les droites d'équations x = 0 et x = α

Calculer $A(\alpha)$ et $\lim A(\alpha)$.

4°) Pour $x < 1$, on pose $h(x) = \ln(g(x) - 1)$

a) *Vérifier que $h(x) = -x + \ln(1 - x)$ et que $\frac{-x}{1-x} = 1 - \frac{1}{1-x}$*

b) *Calculer l'intégrale : $I = \int_{-1}^{0} \ln(1-x)dx$*

c) *En déduire l'intégrale $J = \int_{-1}^{0} h(t)dt$*