Exercice n°1

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé R= $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, on considère les points A(1, 1, 1), B(0, 1, -1) et C(-1, 0, 1) et le plan P : x – z +3 = 0.

1) a) Montrer que les points O, A et B déterminent un plan Q
   b) Donner une équation cartésienne du plan Q
2) Montrer que les plans P et P' : 2x – y – z = 0 sont sécants selon une droite Δ dont on déterminera une représentation paramétrique.
3) a) Caractériser l'ensemble S d'équation : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z + 1= 0$
   b) Montrer que $S\cap P'$ est un cercle dont on précisera le centre ω et le rayon r.

Exercice n°2

Soit f la fonction définie par $f(x) = x - \frac{1}{e^x - 1}$.

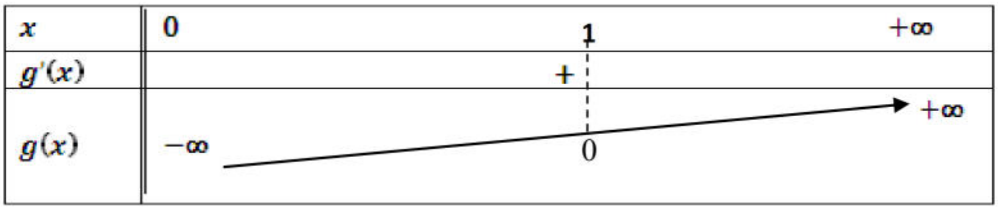
I) 1) Dresser le tableau de variation de f.
2) a) Montrer que (C_f) admet deux asymptotes obliques d'équations respectives :
   Δ : y = x et Δ' : y= x + 1
   b) Montrer que $\omega(0;1/2)$ est un centre de symétrie de (C_f).
3) Soit g la restriction de f sur $]0, +\infty[$
   a) Montrer que g réalise une bijection de $]0, +\infty[$ sur IR.
   b) En déduire que l'équation g(x) = 0, admet une unique solution α et que : $\text{Log}2 < \alpha < 1$
   c) Montrer que $f'(\alpha) = 1+\alpha+\alpha^2$
   d) Ecrire une équation de la tangente T à (C_f) au point d'abscisse α
   e) Tracer T, Δ, Δ' et (C_f) dans un repère orthonormé R=$(o,\vec{i},\vec{j})$.(on prend α =0.8)

II) On désigne par g^{-1} la fonction réciproque de g et (C') sa courbe représentative dans le repère R.
1) Montrer que g^{-1} est dérivable sue IR et calculer $(g^{-1})'(0)$ en fonction de α .
2) La courbe (C') coupe (xx') en un point I, écrire la tangente T' à (C') en I.
3) Tracer (C') et T' dans le même repère R.

Exercice N°3

I- Soit la fonction g définie sur $]0,+\infty[$ par $g(x)=x^2-1+\ln(x)$

1/ Justifier les résultats du tableau de variation de g



2/ Déduire le signe de g(x)

II- Soit f la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par $f(x)=x-\dfrac{\ln(x)}{x}$

1/a) Vérifier que pour tout x de $]0,+\infty[$ on a $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$

b) Dresser le tableau de variation de f

2/a) Montrer que la droite Δ d'équation $y=x$ est une asymptote à ζ_f

b) Etudier les positions relatives de ζ_f et Δ

3/ Compléter ζ_f et Δ sur la feuille annexe

4/Soit h la restriction de f sur $]0,1]$

a) Montrer que h réalise une bijection de $]0,1]$ sur $[1,+\infty[$

b) Construire $\zeta_{h^{-1}}$ la courbe de la fonction réciproque de h dans le même repère que ζ_f

5/ Déterminer la primitive F de f sur $]0,+\infty[$ qui s'annule en 1.