

**EXERCICE N° 1** (4 points)

Le tableau ci-dessous donne l'évolution du pourcentage de logiciels piratés en Tunisie de 2000 à 2008.  $X$  désigne le rang de l'année et  $Y$  le pourcentage de logiciels piratés.

Année	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
Rang de l'année : $X$	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Pourcentage : $Y$	85	78	73	66	57	51	47	44	43

- 1/ Représenter le nuage de points associé à la série statistique  $(X, Y)$  dans un repère orthogonal.
- 2/ Calculer le coefficient de corrélation  $r$ . Un ajustement affine est-il fiable ? Si oui, déterminer la droite de régression de  $Y$  en  $X$  et la construire. Donner une estimation du pourcentage de logiciels piratés en 2012
- 3/ Les experts cherchent à modéliser cette évolution par une fonction dont la courbe est voisine du nuage de points. Pour cela, on pose  $Z = \ln(Y)$ .
  - a) Déterminer une équation de la droite de régression de  $Z$  en  $X$ . En déduire l'expression de  $Y$  en fonction de  $X$
  - b) Donner une estimation du pourcentage de logiciels piratés en 2012
- 4/ On admet que la fonction  $f$  définie sur  $[0, +\infty[$  par :  $f(t) = 85e^{-0,093t}$  est une modélisation satisfaisante de l'évolution du pourcentage de logiciels piratés depuis 2000 .  
Etudier le sens de variation de  $f$  sur  $[0, +\infty[$  et construire sa courbe  $(C_f)$  dans le même repère .

**EXERCICE N° 2** (5 points)

On dispose d'une urne  $U$  contenant 4 boules blanches et 3 boules noires et deux dés  $D_1$  et  $D_2$  . Les faces de  $D_1$  sont numérotées « 1,1,1,1,2,2 » et les faces de  $D_2$  sont numérotées « 1,1,2,2,2,2 ».

1/ On tire successivement et sans remise 3 boules de l'urne  $U$  .

a / Soit l'événement  $A$  : « Obtenir 2 boules noires » . Montrer que  $p(A) = \frac{12}{35}$

b/ Soit  $X$  la variable aléatoire qui associe, à chaque tirage ,le nombre de boules noires obtenues .

Déterminer la loi de probabilité de  $X$ . Calculer l'espérance et la variance de  $X$  .

2/ On répète l'expérience précédente 5 fois de suite en remettant les boules tirées dans l'urne après chaque tirage. Déterminer la probabilité de chacun des événements suivants :  $B$  « Obtenir au moins une fois 2 boules noires » ,  $C$  « Obtenir 2 boules noires pour la première fois au 3<sup>ème</sup> tirage ».

3/ On tire une boule de l'urne  $U$ , si elle est blanche on lance 2 fois de suite le dé  $D_1$  , sinon on lance le dé  $D_2$  deux fois de suite . On désigne par  $Y$  l'aléa numérique qui indique le produit des numéros obtenus.

Déterminer la loi de probabilité de  $Y$ .

**EXERCICE N° 3** (5 points)

Les parties A , B et C sont indépendantes

A// On considère le graphe  $G_1$  :

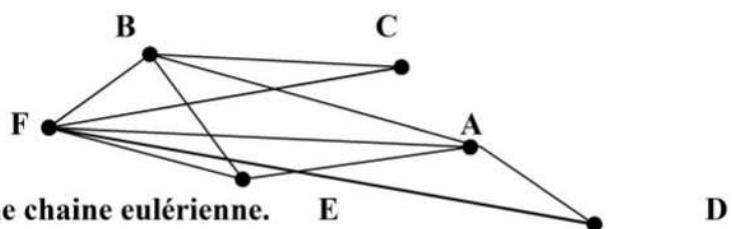
1/ Justifier les affirmations suivantes :

- a) Le graphe  $G_1$  admet au moins une chaîne eulérienne. E
- b) La chaîne DABCFBEFAE n'est pas une chaîne eulérienne de  $G_1$  .

2/ Déterminer un sous-graphe complet de  $G_1$  ayant le plus grand ordre possible.

3/ En proposant une coloration du graphe  $G_1$  , déterminer son nombre chromatique.

B// Soit la matrice  $M$  d'un graphe orienté  $G_2$  dont les sommets A, B, C, D et E sont pris dans l'ordre alphabétique.



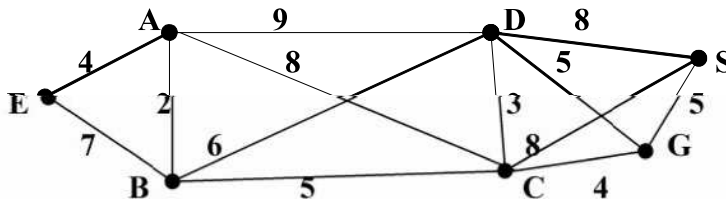
On donne  $M =$

et  $M^3 =$

1/ Construire le graphe  $G_2$ .

2/ Déterminer le nombre de chaînes de longueur 3 reliant B à D. Les citer toutes.

C// Le graphe pondéré donne, en minutes, les durées des trajets existant entre les différentes stations du réseau des égouts.



Un ouvrier doit se rendre par ce réseau de la station E à la station S. Déterminer, en utilisant un algorithme, le trajet le plus rapide pour aller de E à S et préciser sa durée.

#### EXERCICE N° 4 ( 6 points )

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = (a + be^{-x})^2$  avec  $a$  et  $b$  deux réels . Dans l'annexe ,  $(C_f)$  est sa courbe dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

$(C_f)$  admet en  $I(\ln 2, \frac{1}{4})$  une tangente de coefficient directeur  $\frac{1}{2}$

1/ a) Exprimer  $f'(x)$  en fonction de  $a$  et  $b$  pour tout  $x \in \mathbb{R}$  .

b) Donner  $f(0)$  et  $f'(\ln 2)$  puis déduire que pour tout  $x \in \mathbb{R}$  ,  $f(x) = (1 - e^{-x})^2 = e^{-2x} - 2e^{-x} + 1$

c) Calculer l'aire de la partie du plan limitée par  $(C_f)$  et les droites d'équations :  $y = 0$  ,  $x = 0$  et  $x = \ln 2$

2/ a) Donner le tableau de variation de  $f$  sur  $[0, +\infty[$  et justifier que cette restriction admet une fonction réciproque  $g$  définie sur  $[0, 1[$ .

b) Donner  $g(\frac{1}{4})$  et  $g'(\frac{1}{4})$  .  $g$  est-elle dérivable à droite en 0 ? Justifier.

b) Construire  $(C_g)$  , la courbe de  $g$  dans le même repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

3/ Soit  $h$  la fonction définie sur  $] -\infty, 0 [$  par  $h(x) = \ln(f(x))$ .

a) Dresser le tableau de variation de  $h$ .

b) Montrer que  $\Delta: y = -2x$  est une asymptote oblique à  $(C_h)$  au voisinage de  $(-\infty)$ .

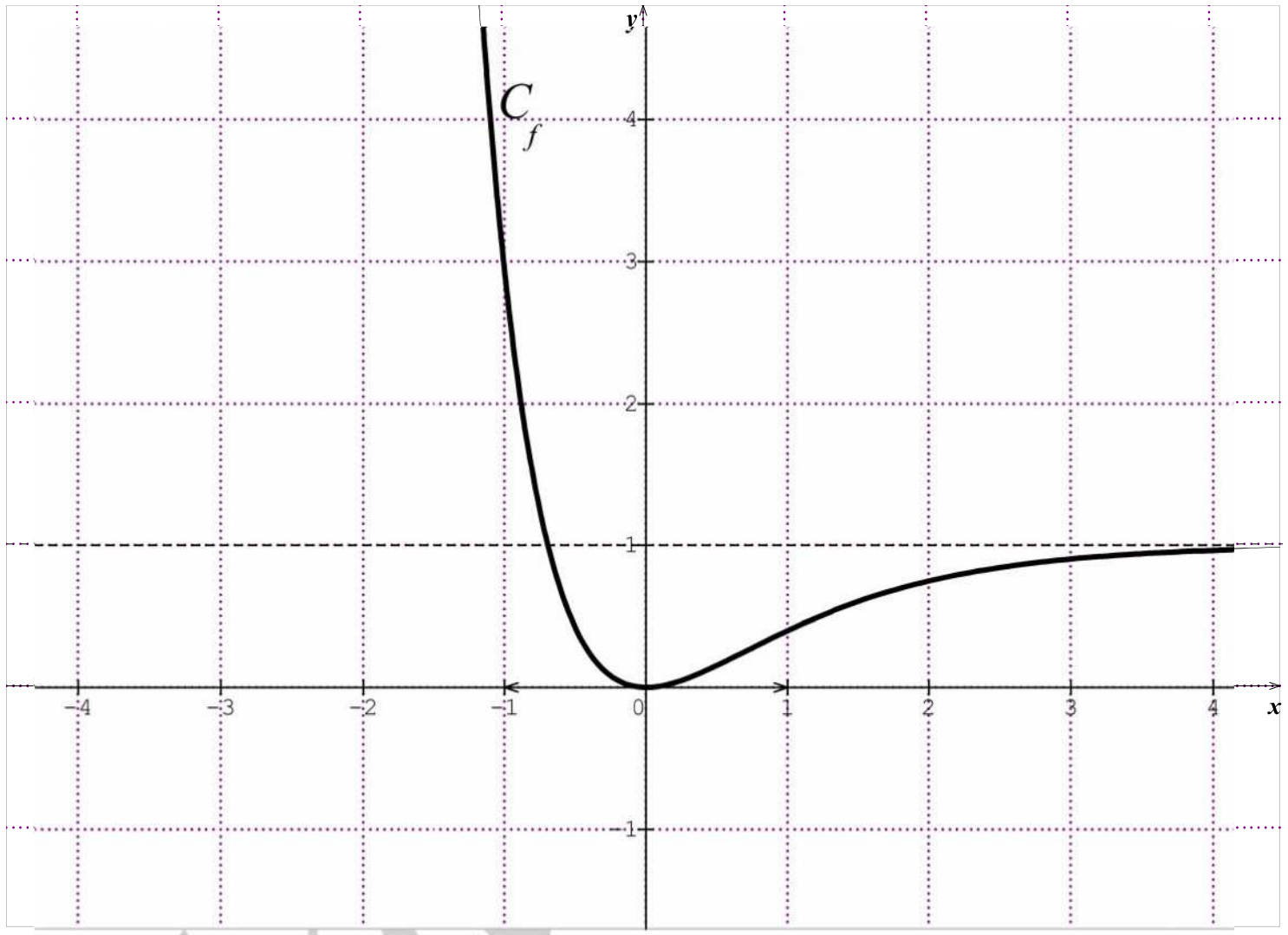
c) Construire  $\Delta$  et  $(C_h)$  la courbe de  $h$  dans le même repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

*Bonne chance et excellente réussite au Baccalauréat*

Nom et prénom : .....

# Annexe à rendre avec la copie

Classe : 4 Info



Math