Bac blanc **Epreuve : Mathématiques**

Section : SC – Informatique **coef : 3**

Durée : 3h

<u>l- ibn khaldoun</u> **Oueslatia : Mai 2011** **Prof : Arfaoui - khaled**

<u>Feille à rendre avec la copie</u>

<u>Exercice 1</u> : (3 points)

L'élève doit écrire sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondante à la bonne réponse

<u>1/</u> la limite de la fontion $f(x) = x e^{-\frac{1}{x}}$ à gauche en 0 est :

a) 0 b) $+\infty$ c) $-\infty$

2/ le reste de la division euclidiènne de -24 par 5 est :

a) 4 b) 1 c) -4

3/ soit n un entier telque tel que

$n \equiv 19 \; [20]$ alors le reste modulo 20 de $n^{200} + n^{191}$ est :

a) 19 b) 2 c)0

4/<u>/</u> la limite de la fontion $f(x) = \dfrac{e^{2x}-1}{x^2}$ à gauche en 0 est

a) 2 b) $+\infty$ c) $-\infty$

5/ la limite de la fontion $f(x) = x\ln(1+\dfrac{1}{x})$ en $-\infty$ est

a) 0 b) 1 c)$+\infty$

6/ la fonction $f(x) = \ln(\ln x)$ est définie sur $]0,+\infty[$

a) vrai b) faux

Exercice 2 (4pts)

On donne les matrices $A=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & -4 \\ 1 & 3 & -2 \end{pmatrix}$ et $B=\begin{pmatrix} 8 & 4 & 0 \\ 2 & -6 & 14 \\ 7 & -7 & 7 \end{pmatrix}$

1/ a) Calculer determinant de A et en déduire que A est inversible

b)Calculer A . B et en déduire A^{-1} la matrice inverse de A

2/ Résoudre dans IR^3 le systéme S : $\begin{cases} 2x - y + 2z = 3 \\ 3x + 2y - 4z = 1 \\ x + 3y - 2z = 2 \end{cases}$

Exercice 3 (6.5 pts)

Soit f la fonction défine sur $]-\infty,0]$ par $f(x) = \sqrt{1-e^x}$. On désigne par C_f sa courbe représentative dans un repère orthonomé $(o, \vec{i}, \vec{j})$ (unité graphique 2 cm)

1/ a) Etudier la dérivabilité de f à gauche en 0 et interpréter graphiquement ce résultat

b) Etudier les variations de f sur $]-\infty,0]$

2/ a) Montrer que f réalise une bijection de $]-\infty,0]$ sur un intervalle J que l'on déterminera

b) Tracer C_f et $C_{f^{-1}}$ dans le meme repère $(o, \vec{i}, \vec{j})$

3/ a) Montrer que pour tout x de $[0,1[$, $f^{-1}(x) = \ln(1-x^2)$

b) Soit $F(x) = (x-1)\ln(1-x) + (x+1)\ln(1+x) - 2x$ pour $x \in [0,1[$

Montrer que F est une primitive de f^{-1} sur $[0,1[$

c) Verifier que $F\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}\ln 2 + 2\ln(1+\sqrt{2}) - \sqrt{2}$

d) Soit A l'aire de la partie limitée par $C_{f^{-1}}$ et les droites $y = -\ln 2$, $x = 0$ et $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Montrer que $A = (8\ln(1+\sqrt{2}) - 4\sqrt{2})\ cm^2$

e) Déduire alors la valeur de l' intégrale $\int_{-\ln 2}^{0} \sqrt{1-e^x}\, dx$

<u>Exercice 4 (</u> 3.5 pts)

1/ On considére l'équation (E) : $8x + 5y = 1$ ou (x , y) deux entiers relatifs

a) Trouver une solution particulière de (E)
b) Résoudre dans □ ×□ l'équation (E)

2/ Soit N un entier naturel telque il existe un couple (a , b) de nombres entiers vérifiant :

$$\begin{cases} N = 8a + 1 \\ N = 5b + 2 \end{cases}$$

a) Montrer que le couple (a , -b) est une solution de (E)
b) Qu'el est le reste de la division de N par 40

3/ a) Résoudre l'équation (E ') : $8x + 5y = 100$, ou (x, y) sont deus entiers relatifs

b)Un groupe composé de garçons et de filles a déponsé 100 dinars dans une salle de jeux les garçons ont dépensé 8 dinars chacun et les filles ont dépensé 5 dinars chacune.

Combien pouvait –il y avoir d'hommes et de femmes dans ce groupe

<u>Exercice 5</u> (3pts)

Soit $f : IR_+ \to IR$ définie par $f(x) = \sqrt{4 + 3x}$

On considére la suite U définie sur IN par : $\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$

1/ a) Montrer que pour tout $n \in IN$, $0 \le U_n \le 4$

b) Etudier la monotonie de U

c) En déduire que U est convergente et calculer sa limite

2/ a) Montrer que pour x de $[0,4]$, $|f'(x)| \le \frac{3}{4}$

b) Montrer que pour tout n , $|U_{n+1} - 4| \le \frac{3}{4}|U_n - 4|$

c) En déduire que pour tout n de IN , $|U_n - 4| \le 4(\frac{3}{4})^n$ et retrouver la limite de U