Mathématiques aux élèves www.devoir.tn	Devoir de Synthèse°03			
	$4^{ème}$ inf1	3 heures	16-05-2011	Chortani Atef

EXERCICE N °1 (4 points)

Pour chacune une seul de trois réponse proposées et exacte.

Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondante à

la réponse choisie .Aucune justification n'est demandée.

1) L'équation (E) :$2010x+2011y=25$ admet dans $\mathbb{Z}\times \mathbb{Z}$

a)une infinité de solutions. b) une seul solution. c) zéro solution.

2) Pour tout entier non nul n ,PGCD(2n,2n+1) est égal à

a)1 b)2n c)2n+1

3)Soit n un entier naturel et $A=1+2011^{2n}$

Le reste de la division euclidienne de A par 4 est

a)0. b)1. c)2.

4)L'entier $2011^{2010}+4$ est divisible par

a) 3. b)4. c) 5.

EXERCICE N° 2(5 points)

1) a) Claculer : $(3-i)^2$

b)Résoudre dans C l'équation : $z^2 - 3(1+i)z - 2 + 6i = 0$

2) On considère dans C, l'équation : (E) : $z^3 - (4+3i)z^2 + (1+9i)z + 2 - 6i = 0$

a) Montrer que (E) admet une solution réelle que l'on déterminera

b) Trouver les nombres complexes a, b et c tels que :

$z^3 - (4+3i)z^2 + (1+9i)z + 2 - 6i = (z-1)\,(az^2 + bz + c)$

c)Résoudre alors l'équation (E)

3) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé on considère les points A, B et C d'affixes respectives 1 , $2i$, $3+i$

a) Placer les points A, B et C dans le repère.

b)Montrer que le triangle ABC est rectangle et isocèle.

EXERCICE N °3(5 points)

Soit la suite (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par :

$$\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n + 3 \end{cases}$$

1)a) Montrer par récurrence que pour tout entier naturel n on a : $U_n<6$

b) Montrer que la suite (U_n) est croissante,

c)En déduire qu'elle est convergente et calculer sa limite

2) Soit la suite réelle (V_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $V_n = U_n - 6$

a) Montrer que (V_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme V_0.

b) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n.

c) Retrouver la limite de la suite (U_n)

EXERCICE N °4(6points)

Soit f une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ dont le tableau de variation est le suivant :

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	0

On note (φ) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$

On suppose que la courbe (φ) passe par l'origine de repère et que $f'(0) = 2e$ (e est le nombre réel tel que $ln(e) = 1$)

1) Donner sans justification

a) un extremum de f.

b) Une équation cartésienne d'une asymptote à (φ)

c)Une équation cartésienne de la tangente à (φ) au point d'abscisse 0.

2) On vous admet dans la suite que $f(x) = 2xe^{1-x}$, $x \in \mathbb{R}$.

a)Montrer que (φ) admet une branche parabolique au voisinage de $-\infty$ et donner sa direction.

b) Montrer que le point de (φ) d'abscisse 2 est un pont d'inflexion.

c)Construire (φ).