DS n 03 **A.S :2010/2011**

L.A.B.Bembla Mr: Chortani.A & Mbarki. J

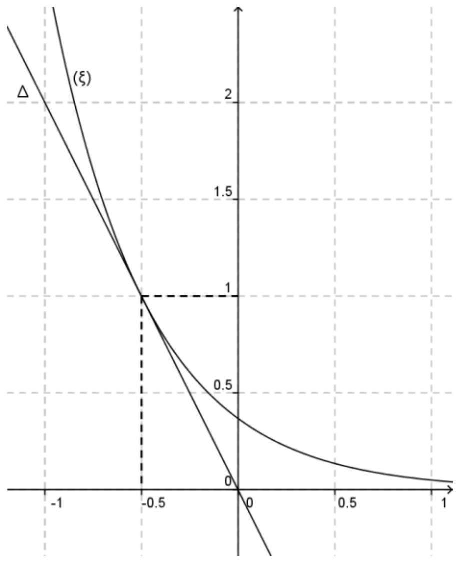
Durée : 3h Classes : 4ème SC-inf

Exercice 1 : (3points)

Dans la figure ci-contre (ζ) est la courbe représentative de la fonction f définie sur IR par $f(x) = e^{-2x-1}$. Δ est la tangente à la courbe (ζ) au point d'abscisse $-\frac{1}{2}$.

Répondre par vrai ou faux à chacune des propositions suivantes.

On ne donnera aucune justification.



1. $f(0) = \frac{1}{e}$.
2. $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$.
3. Pour tout réel x, $f'(x) = e^{-2x-1}$.
4. Pour tout réel x, $e^{-2x-1} \geq -2x$
5. Une équation de la tangente Δ est y=-2x.
6. Pour $x > -\frac{1}{2}$, $e^{-2x-1} > 1$

Exercice 2 :(3 points)

1. a) Vérifier que $2011 \equiv 3[4]$

   b) En déduire que $2011^{2k} \equiv 1[4]$ *pour tout* $k \in \mathbb{N}$.

   c) Montrer alors que $2011^{2010} \equiv 1[4]$

2. a) Montrer que $2010^2 \equiv 0[4]$.

   b) Déduire que 4 divise $\left(2011^{2010} + 2010^{2011} - 1\right)$

Exercice 3 : (5 points)

Soit f la fonction définie sur IR par $f(x)=1+e^{x}-xe^{x}$. On note (ζ) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ du plan.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
f'(x)		+	0	−	
f(x)	1	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

1. on donne ci- contre le tableau de variation de f.
   a. Justifier que la restriction de f à l'intervalle $[0;+\infty[$ réalise une bijection de $[0;+\infty[$ sur un intervalle J que l'on précisera.
   b. Montrer que l'équation f(x)=0 admet dans IR, une solution unique α .
   c. Vérifier que $1<\alpha<1,5$.
2. a. Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}$. Interpréter graphiquement le résultat.
   b. Etudier la position relative de la courbe (ζ) et la droite Δ d'équation :y=x.
   c. Tracer (ζ) et Δ.
3. a. Vérifier que la fonction F définie sur IR par $F(x)=x+(2-x)e^{x}$ est une primitive de f sur IR.
   b. Calculer l'aire $\mathcal{A}$ de la partie du plan limitée par la courbe (ζ), la droite Δ est les droites d'équation x=0 et x=1.

Exercice 4 :(4pints)

1. a. Justifier que l'équation (E) :13x+5y=1, admet des solutions dans $\mathbf{Z}\times\mathbf{Z}$.
   b. vérifier que (2 ;-5) est une solution de (E).
   c. Déduire une solution de l'équation (E') :13x+5y=173 .
   d. Résoudre dans $\mathbf{Z}\times\mathbf{Z}$ l'équation (E').
2. Un groupe de garçons et filles a dépensé 173 dinars dans une excursion, chaque garçon a dépensé 13 dinars et chaque fille a dépensé 5 dinars. Donner les répartitions des groupes possibles.

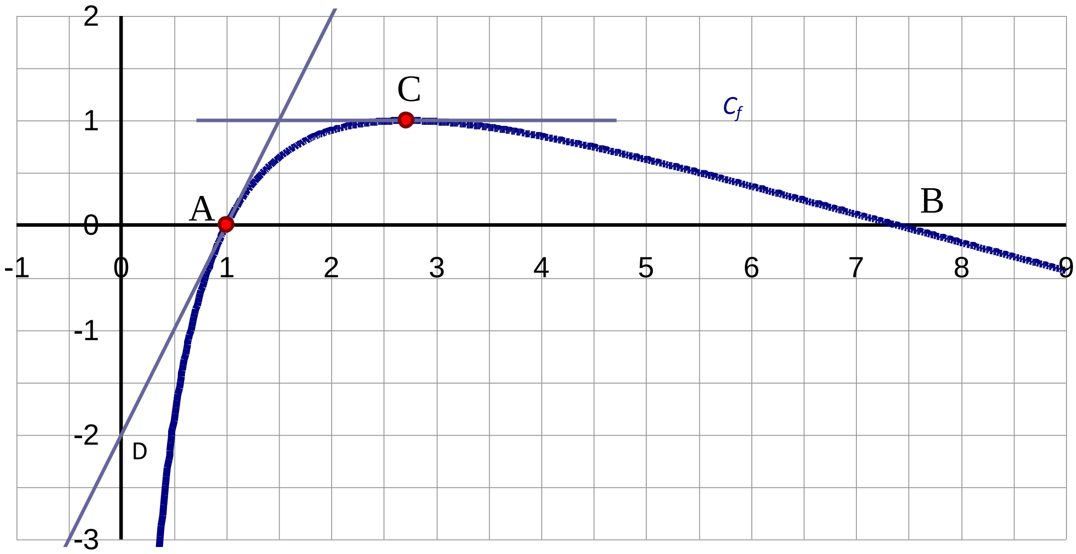
Exercice 5 :(5points)

On admettra que les fonctions considérées dans cet exercice sont dérivables sur l'intervalle] 0 ; +∞ [.

Soit la fonction *f* définie sur l'intervalle] 0 ; +∞ [par $f(x)=(2-\ln x)\ln x$.

La figure ci-dessous donne la courbe représentative C_f de la fonction *f* dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$. La courbe C_f coupe l'axe des abscisses en *A*(1 ; 0) et en *B*.

La tangente en *C* à la courbe C_f est parallèle à l'axe des abscisses et la tangente en *A* à la courbe C_f coupe l'axe des ordonnées en *D*.



1) Déterminer l'abscisse du point *B* (la valeur exacte est demandée).

2) a. Calculer la limite de *f* en 0, en donner une interprétation graphique.
   b. Calculer la limite de *f* en +∞.

3) On note *f '* la fonction dérivée de *f* sur]0 ; +∞[.

   a. Démontrer que pour tout réel *x* de l'intervalle]0 ; +∞[, $f'(x)=\dfrac{2(1-\ln x)}{x}$.

   b. Déterminer les coordonnées du point *C* et l'ordonnée du point *D* (les valeurs exactes sont demandées).

4) Etudier le sens de variation de la fonction *f* sur l'intervalle]0 ; +∞[.