

Site web : <a href="http://www.matheleve.net/">http://www.matheleve.net/</a> Email1 : <a href="mailto:contact@matheleve.net">contact@matheleve.net</a> Email2 : <a href="mailto:matheleve@gmail.com">matheleve@gmail.com</a>	 <b>Devoir de Synthèse °03</b>		
Lycée Ali Bourguiba Bembla	4 <sup>ème</sup> Inf	Mercredi 13-06-2013	Chortani Atef

### Exercice 1(5 points)

1) Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation (E):  $z^2 + 2z + 6 = 0$

2) On considère dans l'équation (E') :  $z^3 + 2(1 - i)z^2 + (6 - 4i)z - 12i = 0$

a) Montrer que l'équation (E') admet dans  $\mathbb{C}$  une solution imaginaire pure.

b) Déterminer les nombre réelle  $a$  et  $b$  tels que pour tout nombre complexe  $z$  on a :

$$z^3 + 2(1 - i)z^2 + (6 - 4i)z - 12i = (z - 2i)(z^2 + az + b)$$

3) Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation (E')

4) Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct  $(O, \vec{u}, \vec{v})$  on considère les points A, B et C d'abscisses respectives  $z_A = 2i$ ,  $z_B = -1 - i\sqrt{5}$  et  $z_C = -1 + i\sqrt{5}$

a) Montrer que le triangle ABC est rectangle

b) Déterminer l'abscisse du point D pour lequel le quadrilatère ABDC est rectangle.

### Exercice 2(6 points)

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = \frac{3e^x - 1}{e^x + 1}$

On désigne par  $(\mathcal{C})$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  (unité : 2cm)

1)a) Vérifier que  $f(x) = 3 - \frac{4}{e^x + 1}$

b) Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  ; interpréter les résultats obtenus.

2)a) Montrer que  $f'(x) = \frac{4e^x}{(e^x + 1)^2}$

b) Dresser le tableau de variation de  $f$

c) Ecrire l'équation de la tangente (T) à  $(\mathcal{C})$  au point d'abscisse 0

3) Tracer (T) et  $(\mathcal{C})$

4)a) Montrer que  $\int_0^1 \frac{e^x}{e^x + 1} dx = \ln\left(\frac{1+e}{2}\right)$

b) Calculer en  $\text{cm}^2$  l'aire  $\mathcal{A}$  du domaine limité par la courbe  $(\mathcal{C})$  et les droites d'équations respectives :  $y = -1$  ;  $x = 0$  et  $x = 1$

### **Exercice3( 5 points)**

Un magasin vend trois types de calculatrices.

\* 25% des calculatrices sont de marque Sharp.

\*35% des calculatrices de marque Casio .

\*40% des calculatrices sont de marque TI (Texas instruments).

20% des calculatrices de marque Sharp sont programmables.

60% des calculatrices de marque Casio sont programmables

75% des calculatrices de marque TI sont programmables.

La marque de la calculatrice n'apparaît pas sur l'emballage. On choisit une calculatrice au hasard.

On note : S « La calculatrice choisie est de marque Sharp »

C « La calculatrice choisie est de marque Casio »

T « La calculatrice choisie est de marque TI »

A « La calculatrice choisie est programmable »

1)a) Calculer les probabilités de chacun des événements suivants :  $A \cap S$  ;  $A \cap C$  et  $A \cap T$

b) En déduire que  $P(A) = 0,56$

2)Sachant que la calculatrice est programmable calculer la probabilité qu'elle soit de marque Sharp.

3)On considère un lot de 10 calculatrices. Soit X l'aléa numérique qui prend pour valeurs le nombre de calculatrices programmables.

a)Déterminer la loi de probabilité de X

b)Calculer l'espérance mathématique et la variance de X.

c)Calculer la probabilité de l'événement E : « Avoir au plus 9 calculatrices programmables »

4) On suppose que la durée de vie d'une calculatrice suit une loi exponentielle de paramètre  $\lambda=0,125$

a)Calculer la probabilité qu'une calculatrice ait une durée de vie supérieure à 8 ans.

b) Calculer la probabilité qu'une calculatrice ait une durée de vie inférieure à 30 mois.

c)On sait qu'une calculatrice a déjà fonctionné 4 ans.

Quelle est la probabilité qu'elle tombe en panne avant 10 ans ?

### Exercice( 4points)

Le tableau suivant donne la tension U (en volts) aux bornes d'un condensateur à l'instant T (en secondes)

T(s)	30	60	80	120	150	180	210	240
U(v)	2,35	1,4	0,8	0,5	0,3	0,2	0,15	0,1

On pose  $Y = \ln U$

- 1)a) Dresser le tableau de valeurs de la série statistique double (T ;Y)  
b) Représenter le nuage de points de la série statistique double (T ;Y)
- 2)Calculer les coordonnées du point moyen G de la série statistique double (T ;Y)
- 3)a) Calculer le coefficient de corrélation entre T et Y  
b) Un ajustement affine est-il justifié
- 4)a) Donner une équation de la droite de régression de Y en T  
b) Dédire une relation entre T et U
- 5)Déterminer l'instant T en lequel U vaut 1Volt.