

Suites arithmétiques et géométriques

Suites arithmétiques	Suites géométriques
Définition. <ul style="list-style-type: none"> • (u_n) est une suite arithmétique si et seulement si il existe un réel r tel que, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = u_n + r.$ • (u_n) est une suite arithmétique si et seulement si la suite $(u_{n+1} - u_n) \text{ est constante.}$ 	Définition. <ul style="list-style-type: none"> • (u_n) est une suite géométrique si et seulement si il existe un réel q tel que, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = u_n \times q.$ • Si la suite (u_n) ne s'annule pas, la suite (u_n) est une suite géométrique si et seulement si la suite $\left(\frac{u_{n+1}}{u_n}\right) \text{ est constante.}$
Expression de u_n en fonctions de n. <ul style="list-style-type: none"> • Si la suite (u_n) est arithmétique de premier terme u_0 et de raison r, pour tout entier naturel n, $u_n = u_0 + nr.$ • Les suites arithmétiques sont les suites de la forme $(an + b)_{n \in \mathbb{N}}$ où a et b sont deux réels (ou deux complexes) • Pour tous entiers naturels n et p, $u_n = u_p + (n - p)r.$ 	Expression de u_n en fonctions de n. <ul style="list-style-type: none"> • Si la suite (u_n) est géométrique de premier terme u_0 et de raison q, pour tout entier naturel n, $u_n = u_0 \times q^n.$ • Les suites géométriques sont les suites de la forme $(a \cdot b^n)_{n \in \mathbb{N}}$ où a et b sont deux réels (ou deux complexes). • Pour tous entiers naturels n et p, $u_n = u_p \times q^{n-p}.$ <p>(pour $q \neq 0$ si $n \leq p$).</p>
Suites arithmétiques et moyennes arithmétiques. <ul style="list-style-type: none"> • Pour tout entier naturel n non nul, $u_{n-1} + u_{n+1} = 2u_n. \text{ et } u_n = \frac{u_{n-1} + u_{n+1}}{2}.$ 	Suites géométriques et moyennes géométriques. <ul style="list-style-type: none"> • Pour tout entier naturel n non nul, $u_{n-1} \times u_{n+1} = u_n^2. \text{ et } u_n = \sqrt{u_{n-1} u_{n+1}},$ <p>(si (u_n) est une suite positive).</p>
Sommes de termes consécutifs d'une suite arithmétique. <ul style="list-style-type: none"> • Pour tout entier naturel non nul n, $1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ • Pour tous entiers naturels n et p tels que $p \leq n$, $u_p + u_{p+1} + \dots + u_n = \frac{(u_p + u_n)(n - p + 1)}{2}$ $= \frac{(\text{1er terme} + \text{dernier terme})(\text{nbre de termes})}{2}.$ 	Sommes de termes consécutifs d'une suite géométrique. <ul style="list-style-type: none"> • Pour tout entier naturel n et tout nombre complexe q, $1 + q + q^2 + \dots + q^n = \begin{cases} \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} & \text{si } q \neq 1 \\ n + 1 & \text{si } q = 1 \end{cases}$ • Pour tous entiers naturels n et p tels que $p \leq n$, $u_p + u_{p+1} + \dots + u_n = u_p \frac{1 - q^{n-p+1}}{1 - q} \text{ (si } q \neq 1)$ $= (\text{1er terme}) \cdot \frac{1 - q^{\text{nbre de termes}}}{1 - q}.$