|  |  |
| --- | --- |
| [www.devoir.tn](http://www.devoir.tn)www.matheleve.net | **Nombres Complexes** |
| Série 10 |  4 ème  Inf |

Le jour où l'humanité sera libérée de ses complexes, quel ennui sur la [terre](http://www.evene.fr/citations/mot.php?mot=terre) !

Tous les [esprits](http://www.dicocitations.com/citation.php?mot=esprits) [justes](http://www.dicocitations.com/citation.php?mot=justes), [précis](http://www.dicocitations.com/citation.php?mot=precis) et [clairs](http://www.dicocitations.com/citation.php?mot=clairs) [appartiennent](http://www.dicocitations.com/citation.php?mot=appartiennent) à la [géométrie](http://www.dicocitations.com/citation.php?mot=geometrie).

1) Résoudre dans l'ensemble  des nombres complexes l'équation *z*2 + 4*z* + 16 = 0
2) Pour tout nombre complexe z, on pose P(z) = z3 - 64.
a) Calculer P(4)
b) Trouver les réels a, b et c tels que, pour tout nombre complexe z,
P(*z*) = (*z* - 4)( *az*2 + *bz* + *c*)
c)Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation P(z) = 0

 Les Mathématiques ne sont écrites que pour les mathématiciens.

**1)** Déterminer trois réels a, b et c tels que pour tout nombre complexe z on ait :
*z*3 - 8 = (*z* - 2) (*az*2 + *bz* + *c*).
En déduire la résolution dans  de l'équation *z*3 - 8 = 0.
**2)**Dans le plan muni d'un repère orthonormal  (unité 2 cm), on considère les points A d'affixe zA = 2, B d'affixe zB = -1 + *i* et C d'affixe zC = -1 - *i*.
**a)** Placer les points A, B et C
**b)** Déterminer la nature du triangle ABC.

   Les mathématiques consistent à prouver des choses évidentes par des moyens complexes.

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct .
L'unité graphique est 2 cm.

1) Pour tout nombre complexe z, on pose :
P(*z*) = *z*3 + (2  -4) *z*2 + (8 - 8)*z* + 16
a) Calculer P(-2) =
b) Déterminer une factorisation de P(z) sous la forme :
P(z) = (z + 2)(z2 + z + ) où  et  sont deux nombres réels que l' on déterminera.
c) Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation : P(z) = 0.
2) On note A, B et C les points d'affixes respectives : *a* = 2 + 2 *i* , *b* = 2 - 2 *i* et *c* = -2
a) Placer les points A, B et C dans le repère .
b)Démontrer que A, B, C sont sur un même cercle  de centre O, dont on donnera le rayon.

     Les mathématiques sont la [science](http://villemin.gerard.free.fr/Science/ScienTdM.htm) de la production de conclusions nécessaires.

1)a) Calculer (1 + 3i) ²

b) Résoudre dans ℂ l’équation (E1) : z²−(3 + i)z + 4 = 0

2) Soit l’ équation (E2): z3 – (3 + 2i) z² + (3 + 3i) z – 4i = 0

 a) Vérifier que z0 = i est une solution de (E2)

 b) Déterminer les réels a et b telque: z3 – (3 + 2i) z² + (3 + 3i)z – 4i =(z – i)(z² + az + b)

 c) Résoudre alors l’équation (E2)

3) Dans un repère orthonormé $\left(O , \vec{u} ,\vec{v} \right)$on donne les points A(i) , B(1 – i) et C(2 + 2i)

a)Placer les points A , B et C

b) Montrer que le triangle ABC est isocèle et rectangle en A.

c)Déterminer l’affixe du point D pour que ABDC est un carré

     Comment se fait-il qu'il y ait des gens qui ne comprennent pas les mathématiques ?

Le plan P est muni d’un repère orthonormé $\left(O;\vec{u },\vec{v}\right)$ ,on considère le point A d’affixe i.

$$A tout point M d’affixe z\ne 0 ,on associe le point M’(z’) tel que z^{'}=\frac{z-i}{z}$$

1) a)Déterminer et construire l’ensemble des point M tel que $\left|z'\right|=1$

b) Déterminer l’ensemble des point M tel que z’ soit réel

c) Déterminer l’ensemble des point M tel que z’ soit imaginaire

2)a) Montrer que si M décrit la médiatrice du segment $\left[OA\right]$ alors M’ décrit un cercle que l’on précisera

$$b)\* Vérifier que z’-1=\frac{-i}{z}$$

 $\*$ Déduire que si M décrit le cercle de centre O et de rayon 1 alors M’ décrit un cercle que l’on précisera