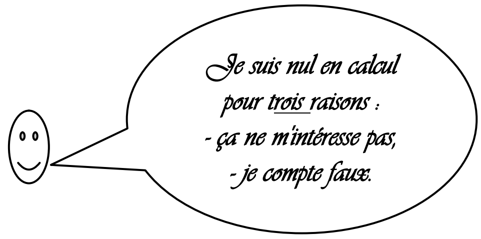
Mathématiques aux élèves *Site web :* http://www.matheleve.com/ *Email :* contact @matheleve.com	**Limites de Fonctions** **Continuité**	
	Exercices	4 ème Informatique

Exercice 1



Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 + 3x - 1$.

1) a)Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$

b) Dresser le tableau des variations de f.

2) Déterminer l'image de $\mathbb{R}$ par f.

3) On considère l'équation (E) : $f(x) = 0$

a) Montrer que (E) admet dans $\mathbb{R}$ une unique solution α et que $\alpha \in]0, 1[$.

b) En déduire le signe de f.

4) Soit la fonction $F(x) = x^4 + 6x^2 - 4x$

a) Vérifier que $F(\alpha) = 3\alpha^2 - 3\alpha$

b) Dresser le tableau de variation de F

Exercice 2

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \sqrt{x^2+1} + 2x + 1$

On note $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans un plan P rapporté à un repère orthonormé $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$

1) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

2) Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ (On pourra remarquer que pout $x \in \mathbb{R}_-$, $f(x) = x\left(2 - \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}\right) + 1$)

3) Soit Δ_1 la droite d'équation $y = 3x + 1$

a)Montrer que pour tout réel x, $f(x) - (3x+1) = \dfrac{1}{\sqrt{x^2+1} + x}$

b) Calculer alors $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) - (3x+1)$ .Interpréter le résultat

c) Etudier la position relative de $\mathcal{C}$ par rapport à Δ_1.

4) Soit Δ_2 la droite d'équation $y = x + 1$

a)Montrer que pour tout réel x, $f(x) - (x+1) = \dfrac{1}{\sqrt{x^2+1} - x}$

b) En déduire que la droite Δ_2 est une asymptote à la courbe $\mathcal{C}$ au voisinage de $-\infty$

c) Etudier la position relative de $\mathcal{C}$ par rapport à Δ_2.

5)a) Dresser le tableau de variation de f.

b) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet dans $\mathbb{R}$ une unique solution α et que $-1.4 < \alpha < -1.3$

c)En déduire le signe de f

d) Monter que f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur un intervalle I que l'on précisera.

e) Tracer la courbe de f et de f^{-1} dans le repère $(O ; \vec{i}, \vec{j})$

6) Soit F une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ tel que $F'(x) = f(x)$ et

Déterminer le sens de variation de F