

DERIVABILITE

Nombre dérivé | Fonction dérivée

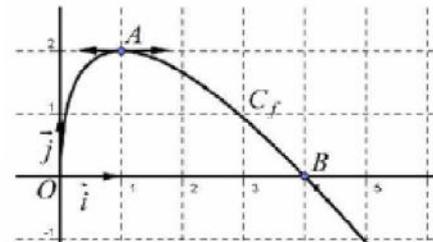
Lecture graphique :

Exercice 1 |

Sur la figure ci-contre, C_f est la courbe représentative d'une fonction f définie et dérivable sur $]0; +\infty[$.

Par une lecture graphique :

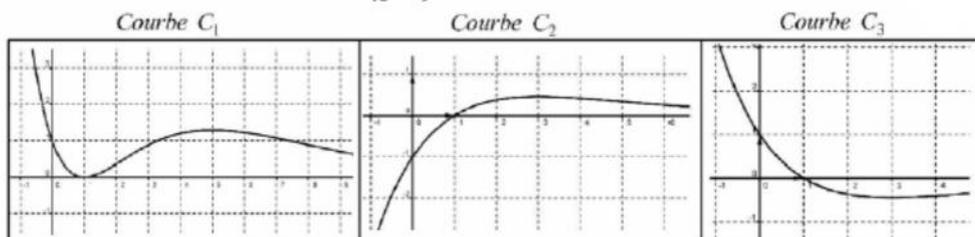
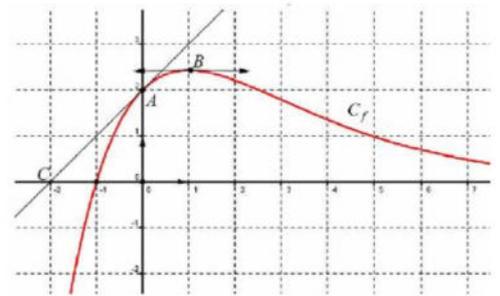
1. a – Déterminer $f'(1)$.
 b – Comparer $f'(\frac{1}{2})$ et $f'(2)$.
2. Soit g la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par : $g(x) = [f(x)]^2$.
 a – Exprimer $g'(x)$ en fonction de x .
 b – Dresser le tableau de variation de g .



Exercice 2 |

Sur la figure ci-contre, C_f est la courbe représentative d'une fonction f définie et dérivable sur \mathbb{R} .
 On sait que l'axe des abscisses est asymptote à C_f .

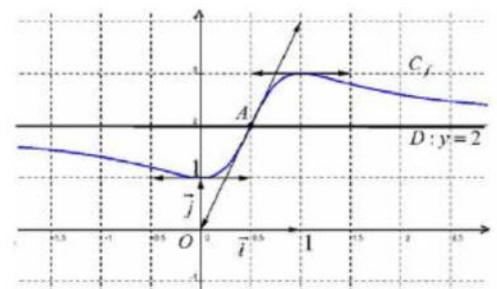
1. a – Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
 b – Déterminer les équations des tangentes à C_f en A et B.
 c – Une des courbes suivantes est la représentation graphique de la fonction dérivée f' de f .



2. Soit g la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par : $g(x) = [f(x)]^2$.
 a – Exprimer $g'(x)$ en fonction de x .
 b – Dresser le tableau de variation de g .

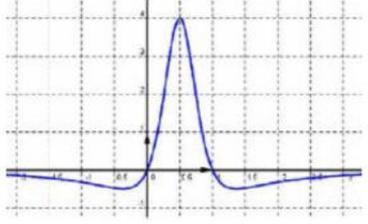
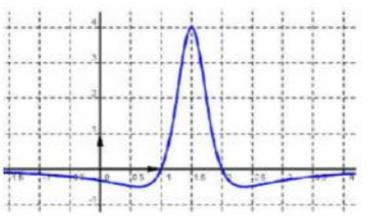
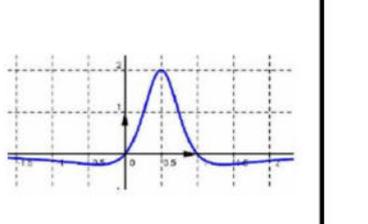
Exercice 3 |

Ci-contre est tracée la courbe représentative C_f dans un RO d'une fonction f définie sur \mathbb{R} . On sait que la droite $D: y = 2$ est asymptote à C_f au voisinage de $+\infty$ et de $-\infty$ et $A(0,5; 2)$ est un centre de symétrie de la courbe C_f .



Par une lecture graphique, choisir la bonne réponse et la justifier :



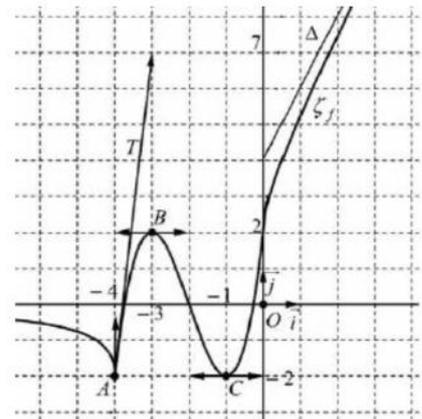
Question	A	B	C
1	$f(-1) + f(2) = 2$	$f(-1) + f(2) = 1$	$f(-1) + f(2) = 4$
2	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 1}{x} = 1$	$f'(2) < 0$	$f'(0,25) < 0$
3	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) - 2 = 0$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) - 2 = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$
4 La courbe de f' est :			
5 $g(x) = \sqrt{f(x)}$ Alors $g'(0,5) =$	$\sqrt{2}$	$2\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$

Exercice 4 |

Ci-contre, est la courbe représentative C_f dans un RON d'une fonction f définie sur \mathbb{R} . On sait que :

- la droite $\Delta: y = 2x + 4$ est asymptote à C_f en $+\infty$.
- C_f admet une tangente parallèle à (O, \vec{i}) aux points B et C .
- C_f admet deux demi-tangentes, T et une verticale en A .

A partir du graphique et des informations fournies :



1. Déterminer

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x), \lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x), \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} \text{ et } \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - 2x]$$

2. Déterminer $f'(-1)$ et $f'(-3)$.

3. a – que vaut $f'_d(-4)$?

b – f est-elle dérivable à gauche en -4 ? Justifier.

c – Déterminer :

$$\lim_{x \rightarrow (-4)^-} \frac{f(x) + 2}{x + 4}$$

4. Soit $g(x) = x^2 f(x)$, $x \in \mathbb{R}$.

a – Montrer que :

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{g(x) - g(-1)}{x + 1} = 4$$

b – Donner alors une équation cartésienne de la tangente à la courbe de g au point d'abscisse -1 .

Approximation affine :

Exercice 5 |

Soient $f(x) = \frac{1}{x+1}$ et $g(x) = \sqrt{x+1}$.

1 – Montrer que f et g sont dérivables en 0 puis calculer $f'(0)$ et $g'(0)$.



2 – Déterminer les approximations affines de f et g au voisinage de 0.

3 – Dédire alors des valeurs à 10^{-3} près de $\sqrt{1,002}$, $\sqrt{0,995}$, $\frac{1}{0,996}$ et $\frac{1}{1,008}$.

