|  |  |
| --- | --- |
| [**Mathématiques aux élèves**](http://www.matheleve.com/)www.devoir.tn | **Test N°1(Arithmétiques et logarithmes)** |
| **Mr :Chortani Atef**  |  **Lundi 18-04-2011** | **2heures** |  **4 ème  inf2** |

***Exercice 1***

Pour chacune des quatre propositions suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse

1) Pour tout entier naturel$ n $, 3 divise le nombre $2^{2n}-1$

2) L’ensemble des couples d'entiers relatifs (*x, y*) solutions de l'équation
12*x* - 5*y* = 3 est l'ensemble des couples (4+10k ; 9+24k ) où k   .

3) Le reste de la division euclidienne de $2^{2n+1}+3^{2n+1}$,par 5 est 2

4) Les entiers 2010 et 2011 sont premiers entre eux

 ***Exercice 2***

I)Soit $g$ la fonction définie sur]0 ; + ∞[ par $g\left(x\right)=x^{3}-1+2lnx.$
1) Calculer $g\left(1\right).$
2)Déterminer le signe de $g(x)$sur l’intervalle] 0 ; + ∞ [ sachant que $g$ est strictement croissante .

$$II)On considère la fonction f définie sur ]0 ; + \infty [ par : f\left(x\right)=x-1-\frac{lnx }{x^{2}} .$$

On appelle (*C*) sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthogonal$\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.
(Unités : 3 cm sur l'axe des abscisses, 2 cm sur l'axe des ordonnées.)

$$1)a )Déterminer \lim\_{x\to 0^{+}}f(x) et \lim\_{x\to +\infty }f(x) $$

b) Montrer que la droite (*D*) d'équation $y=x-1 $est asymptote oblique à (*C*).
c)Y a-t-il une autre asymptote à (*C*) ?  Si oui, donner son équation.

2)a) Calculer les coordonnées du point d'intersection entre l'asymptote (*D*) et la courbe (*C*).

b) Etudier la position de la courbe (*C*) par rapport à la droite (*D*).

$$3) a) Montrer que pour tout x strictement positif : f^{'}\left(x\right)=\frac{g(x)}{x^{3}}$$

$b)En déduire pour tout x strictement positif le tableau de variation de f$

4) Tracer dans le repère $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ la courbe (*C*) et la droite (*D*).

$$5)a) Montrer que la fonction H définie par : H\left(x\right)=\frac{-1}{x}\left(1+lnx\right) est une primitive de la $$$$fonction h définie sur ]0 ; + \infty [ par :h\left(x\right)=\frac{lnx}{x^{2}} .$$

b) Soit 𝒜 lair de domaine du plan limité par (*D*), (*C*) et les droites d’équation$ x=1 et x=\sqrt{e}$. Calculer en cm2 la valeur exacte de 𝒜.

***Exercice 3***

1) On considère l’équation (E) : 8*x*+ 5*y* = 1, où (*x* ; *y*) est un couple de nombres entiers relatifs.

a)Vérifier que l’équation (E) admet une infinité des solutions.

b) Vérifier que (2 ;−3) est une solution particulière de l’équation (E).

c) Résoudre l’équation (E).

2)Soit *N* un nombre naturel tel qu’il existe un couple (*a* ; *b*) de nombres entiers vérifiant : .

a)Montrer que le couple (*a* ; −*b*) est solution de (E).

b) Quel est le reste, dans la division de *N*  par 40 ?

3) a) Résoudre l’équation 8*x* + 5*y* = 100, où (*x* ; *y*) est un couple de nombres entiers relatifs.

b) Un groupe composé d’hommes et de femmes a dépensé 100 pièces de monnaie dans une auberge. Les hommes ont dépensé 8 pièces chacun et les femmes 5 pièces chacune. Combien pouvait-il y avoir d’hommes et de femmes dans le groupe ?