

EXERCICE : 1 (3 points)

Pour chacune des questions suivantes une seule des trois réponses proposées est exacte.

Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

1) Soit le nombre complexe $z = 2 + i(4 + 8i)$

a) La partie réelle de z est 2 b) z a pour image le point $M(-6 ; 4)$ c) Le conjugué de z est $\bar{z} = 2 - i(4 + 8i)$

2) Soient A, B, C points distincts d'affixes respectives $Z_A; Z_B$ et Z_C ; $\vec{AB} \perp \vec{AC}$ si et seulement si

a) $\text{Arg}\left(\frac{Z_A - Z_B}{Z_A - Z_C}\right) = \frac{\pi}{2}$ [2p] b) $\frac{Z_A - Z_B}{Z_A - Z_C} \hat{=} i$ c) $\frac{Z_A - Z_B}{Z_A - Z_C} \in i$

3) L'ensemble des points M du plan dont l'affixe z vérifie $|z| = 3$ et $\text{Rél}(z) = 1$

a) est le point de coordonnées $M(0 ; 1)$; b) est le cercle de centre O et de rayon 3; c) $S = \{ M_1(1 ; 2\sqrt{2}) ; M_2(1 ; -2\sqrt{2}) \}$.

4) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{9x^2 - 3x + 2} - 2x + 1 =$ a) 9-2 b) $+\infty$ c) $-\infty$

5) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \cos(x^2 - 1)}{x^2 - 1} =$ a) $-\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{2}$ c) 0

6) La fonction $f : \frac{1}{x\sqrt{4-x^2}}$ est continue sur

a) $[-2 ; 2]$ b) $]-\infty, -2[\cup]2, +\infty[$ c) $]-2 ; 2[\setminus \{0\}$

EXERCICE : 2 (8 points)

Le plan est rapporté à un repère ortho normal (O, \vec{U}, \vec{V}) (unité graphique : 2cm)

Soient les nombres complexes $z_1 = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$ et $z_2 = 1 + i\sqrt{3}$

1) a - Déterminer le module et un argument des nombres z_1 et z_2 .

b - Placer les points A et B d'affixes respectives z_1 et z_2 .

2) soit D le point défini par $\vec{DB} = \vec{AO}$

a - déterminer l'affixe du point D

b - quelle est la nature du quadrilatère $OADB$

3) Soit Z le nombre complexe tel que $Z = \frac{z_2}{z_1}$.

a - Ecrire Z sous forme trigonométrique.

b - En utilisant les formes algébriques de z_1 et z_2 , déterminer la forme algébrique de Z .

c - En déduire les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ et de $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$

EXERCICE : 3 (9 points)

On considère la fonction f définie par

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 + 2x + 5} - x + m & \text{si } x \leq -1 \\ \frac{2x^2 - 3x - 5}{x + 1} & \text{si } -1 < x < 3 \\ \frac{x - \sqrt{x - 2} - 2}{x - 3} & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

1) déterminer D_f

2) a – déterminer m pour que f soit continue en -1

b – étudier la continuité de f au point 3

3) déterminer le domaine de continuité de f

4) a – déterminer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$

b – pour $m = 0$ montrer que $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) + 2x = -1$ interpréter graphiquement ce résultat

c – montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ interpréter graphiquement ce résultat