Mathématiques	DEVOIR DE CONTROLE N° 1	Lycée secondaire : Rue Fattouma Bourguiba Monastir
$4^{ème}$Sc-Exp$_3$		
Mr : Abbes		14 / 11 / 2009 , 2^H

Exercice N°1 : Pour chaque question, une seule des 3 propositions est exacte. Laquelle ?

1. $\lim\limits_{x \to 0^+} \dfrac{\sqrt{x^2+9}-3}{x} =$ a) 0 b) $+\infty$ c) $-\infty$
2. $\lim\limits_{x \to -2} \dfrac{3x^3+8x^2+2x-4}{2x^2+5x+2} =$ a) -3 b) -2 c) -1
3. $\lim\limits_{x \to +\infty} \sqrt{x^2+1} - \sqrt{2x^2-1}$ a) $+\infty$ b) $-\infty$ c) 0
4. L'équation $x^3+3x+2=0$ admet une solution unique α dans : a)]-1 , -0.9[b)]-0.8 , -0.7[c)]-0.6 , -0.5[

Exercice N°2 :

Dans le plan complexe muni d'un repère ON direct (O , $\vec{u}$, $\vec{v}$) on considère les points A(-i) et B(1+i).

A tout point M(z) distinct de A, on associe le point M'(z') tel que $z' = \dfrac{-iz+i-1}{z+i}$.

1) Déterminer l'ensemble des points M(z) tel que $z' \in \mathbb{R}$.
2) a) Montrer que OM' . AM = BM.
   b) Déduire que si M décrit la médiatrice de [AB] alors M' décrit un cercle que l'on précisera.
3) a) Montrer que pour tout M ≠ A, on a : $\left(\widehat{\vec{u}, \overrightarrow{OM'}}\right) \equiv -\dfrac{\pi}{2}\ \left(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}\right)\ [2\ ]$.
   b) Déduire que si M décrit la droite (AB)\{A}, alors M' varie sur une droite que l'on précisera.

Exercice N°3 :

Soit $\theta \in]0 , \pi[$. Soit les nombres complexes $a = 1+i$, $b = 1+e^{i\theta}$ et $c = 1-e^{i\theta}$.

1) Ecrire a, b et c sous forme exponentielle.
2) Soient les points M_1 et M_2 d'affixes respectives $z_1 = a.b$ et $z_2 = a.c$.
   a) Montrer que A est le milieu du segment $[M_1M_2]$.
   b) Ecrire z_1 et z_2 sous forme exponentielle.
3) a) Calculer les distances OA, AM_1 et AM_2. En déduire que le triangle OM_1M_2 est rectangle.
   b) Montrer que le triangle OM_1M_2 est inscrit dans un cercle que l'on précisera.
4) Déterminer la valeur de θ pour que l'aire du triangle OAM_1 soit égale à 0,25.

Exercice N°4 : Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par :

$$\begin{cases} f(x) = \dfrac{\sqrt{x^2+9}-3}{x} & \text{si } x<0 \\ f(x) = \dfrac{x^2 \sin(2/x)}{x+1} & \text{si } x>0 \end{cases}.$$

1) a) Montrer que pour tout réel x > 0, on a : $\dfrac{-x^2}{x+1} \le f(x) \le \dfrac{x^2}{x+1}$.
   b) En déduire la limite de f à droite en 0.
   c) Déterminer la limite de f en 0. En déduire un prolongement par continuité de f en 0.
2) a) Montrer que f est continue sur]0 , +∞[.
   b) Montrer que $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 2$.
3) Soit g la fonction définie sur]1 , +∞[par $g(x) = f\left(\dfrac{1}{x-1}\right)$.
   a) Montrer que g est continue sur]1 , +∞[.
   b) Calculer $\lim\limits_{x \to 1^+} g(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$.

Barème : Ex 1 (3 Points) ; Ex 2 (5 Points) ; Ex 3 (5 Points) ; Ex 4 (7 Points) (Bon Travail)