L-S-IBN Khaldoun ousseltia Prof : Arfaoui - khaled	Devoir de contrôle N° 1 Mathématiques	Classe : 4sc1+2 Durée :2h

Exercice n°1 (5 points)

Pour tout réel θ de $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$, on considère dans ℂ ,l'application f_θ définie par :

$f_\theta(z) = z^2 - (1 + \cos\theta)z - i\sin\theta(1+e^{i\theta})$

1/ a) Vérifier que $f_\theta(-i\sin\theta) = 0$

b) En déduire l'autre solution z' de l'équation $f_\theta(z) = 0$

c) Ecrire z' sous forme exponentielle

2/ Le plan étant rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, on considère les points M et N d'affixes respectives $-i\sin\theta$ et z'

a) Déterminer et construire l'ensemble Γ des points M lorsque θ décrit $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$

b) Déterminer et construire l'ensemble ξ des points N lorsque θ varie dans $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$

Exercice n°2(6 points)

Soit f la fonction définie sur IR par : $f(x) = x^3 + x - 1$ et C sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1/ a--Dresser le tableau de variation de f

b—Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet dans IR une unique solutin α

c—Vérifier que $\alpha \in]0,1[$

2/ a—Montrer que C admet un point d'inflexion I dont on donnera leurs coordonnées

b—Ecrire l'équation de la tangente T à C au point I

3/ Tracer T et C

Exercice n° 3 (6 points)

Soit f la fonction définie sur [-1,1[par : $f(x) = \dfrac{1}{1-\sin(\frac{\pi}{2}x)}$ et C sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1/ Etudier les variations de f et tracer C

2/ Montrer que réalise une bijection de [-1,1[sur un intervalle J que l'on déterminera

3/ On note g la fonction réciproque de f

a—Calculer g(0,5) ; g(1) et g' (1)

b—g est elle dérivable à droite en 0,5

c—Montrer que g est dérivable sur $\left]\frac{1}{2}, +\infty\right[$ et que $g'(x) = \dfrac{2}{\pi x\sqrt{2x-1}}$

4/ tracer dans le meme repere la courbe C' de g

Exercice n°4 (3points)

Pour chaque question, trois réponses sont proposées dont une et une seulement est exacte. Indiquez sur vôtre copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée

1/ Soit z un nombre complexe non nul d'argument θ. Un argument de $\frac{-1 + i\sqrt{3}}{\bar{z}}$ est :

a/ $-\frac{\pi}{3}+\theta$; b/ $\frac{2\pi}{3}-\theta$; c/ $\frac{2\pi}{3}+\theta$

2/ si $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$ et $g(x) = x + \sqrt{x^2-1}$ alors $\lim\limits_{x \to +\infty} gof(x) =$

a/ $+\infty$; b/ $-\infty$; c/ 0

3/ les racines cubiques de -1 sont :

a/ 1 , -1 et $\frac{1+i\sqrt{3}}{2}$; b/ -1 ; $\frac{1+i\sqrt{3}}{2}$ et $\frac{1-i\sqrt{3}}{2}$, c/-1 ; $\frac{1+i\sqrt{3}}{2}$ et $\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$

4/soit A , B et C trois points d'affixes respectives z_A ; z_B et z_C vérifiant

$(z_B - z_A)(\bar{z}_C - \bar{z}_A) = 2i$ alors

a/ (AB) // (AC) ; b/ A ; B et C sont alignés c/ le triangle ABC est rectangle