Lycée :Otman chatti M'saken	DEVOIR DE CONTROLE N°1	Année Scolaire : **2009-2010**
Prof : Salah mohsen		Classe :4ème Sc3
MATHEMATIQUES		Durée : 2heures

EXERCICE 1 :

On considère la fonction f définie sur $\left]-1,1\right[$ par $f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{1-x^2}}$

1. a) Montrer que pour tout x de $\left]-1,1\right[$ on à $f'(x)=\dfrac{1}{(\sqrt{1-x^2})^3}$

b) En déduire que f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur IR

c) Expliciter $f^{-1}(x)$ pour tout réel x

2. On considère la fonction g définie sur $\left]-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right[$ par $g(x)=f(\sin x)$

a) Montrer que g est dérivable sur $\left]-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right[$

b) Vérifier que pour tout réel x de $\left]-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right[$ on à :g(x) = tgx

c) Montrer que g réalise une bijection de $\left]-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right[$ sur un intervalle J que l'on précisera

d) Montrer que g^{-1} est dérivable sur J et que pour tout x $\in J$ on à : $(g^{-1})'(x)=\dfrac{1}{1+x^2}$

EXERCICE 2:

Soit la fonction définie sur $\left[-1,+\infty\right[$ par $f(x)=1+\dfrac{1-x}{\sqrt{x^2+1}}$

1. Montrer que pour tout réel $x\in\left[-1,+\infty\right[$ on à : $f'(x)=\dfrac{-1-x}{(\sqrt{x^2+1})^3}$

2. Montrer que l'équation $f(x)=3x$ admet une seule solution α dans $\left[-1,+\infty\right[$ et

   Vérifier que $\alpha\in\left]0,1\right[$.

3. Soit la suite réelle U définie par $\begin{cases} u_0=\dfrac{1}{2} \\ \forall n\in IN\ u_{n+1}=\dfrac{1}{3}f(u_n)\end{cases}$

a) Montrer que $\forall n\in IN\ ;u_n\in\left]0,1\right[$.

b) Montrer que $\forall x\in\left]0,1\right[\quad |f'(x)|\le 2$.

c) Montrer que $\forall n\in IN\quad |u_{n+1}-\alpha|\le\dfrac{2}{3}|u_n-\alpha|$

d) En déduire que $\forall n\in IN,\quad |u_n-\alpha|\le\left(\dfrac{2}{3}\right)^n\left|\dfrac{1}{2}-\alpha\right|$.

e) Déduire que U converge vers une limite que l'on précisera

EXERCICE 3 :

1. Résoudre dans ℂ l'équation : $z^2-4z+8=0$
2. Soit $f(z)=z^3+(2\sqrt{2}-4)z^2+(8-8\sqrt{2})z+16\sqrt{2}$
a) Calculer $f(-2\sqrt{2})$
b) Résoudre alors l'équation f(z) = 0
3. Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(o,\vec{u},\vec{v})$

On considère les ponts A ,B et C d'affixes respectives 2+2i ,2-2i et $-2\sqrt{2}$

a) Montrer que le triangle ABC est isocèle en C inscrit dan un cercle de centre O d'ont on précisera le rayon
b) Calculer $\frac{z_A}{z_B}$, en déduire la nature du triangle OAB
c) Donner une mesure de l'angle $(\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CA})$
d) En déduire qu'une mesure de $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$ est $\frac{3\pi}{8}$