

<b>L-S-IBN Khaldoun</b> <b>ousseltia</b> <b>Prof : Arfaoui - khaled</b>	<b>Devoir de contrôle N° 1</b> <b>Mathématiques</b>	<b>Classe : 4sc1+2</b> <b>Durée : 2h</b>
---	--	---

**Exercice n°1** (5 points)

Pour tout réel  $\theta$  de  $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ , on considère dans  $\mathbb{C}$ , l'application  $f_\theta$  définie par :

$$f_\theta(z) = z^2 - (1 + \cos \theta)z - i \sin \theta (1 + e^{i\theta})$$

1/ a) Vérifier que  $f_\theta(-i \sin \theta) = 0$

b) En déduire l'autre solution  $z'$  de l'équation  $f_\theta(z) = 0$

c) Ecrire  $z'$  sous forme exponentielle

2/ Le plan étant rapporté à un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , on considère les points M et N d'affixes respectives  $-i \sin \theta$  et  $z'$

a) Déterminer et construire l'ensemble  $\Gamma$  des points M lorsque  $\theta$  décrit  $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$

b) Déterminer et construire l'ensemble  $\xi$  des points N lorsque  $\theta$  varie dans  $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$

**Exercice n°2** (6 points)

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = x^3 + x - 1$  et  $C$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1/ a--Dresser le tableau de variation de  $f$

b—Montrer que l'équation  $f(x) = 0$  admet dans  $\mathbb{R}$  une unique solution  $\alpha$

c—Vérifier que  $\alpha \in ]0, 1[$

2/ a—Montrer que  $C$  admet un point d'inflexion I dont on donnera leurs coordonnées

b—Ecrire l'équation de la tangente T à  $C$  au point I

3/ Tracer T et C

**Exercice n° 3** (6 points)

Soit  $f$  la fonction définie sur  $[-1, 1[$  par :  $f(x) = \frac{1}{1 - \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)}$  et  $C$  sa courbe représentative dans

un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1/ Etudier les variations de  $f$  et tracer  $C$

2/ Montrer que  $f$  réalise une bijection de  $[-1, 1[$  sur un intervalle  $J$  que l'on déterminera

3/ On note  $g$  la fonction réciproque de  $f$

a—Calculer  $g(0,5)$  ;  $g(1)$  et  $g'(1)$

b— $g$  est elle dérivable à droite en  $0,5$

c—Montrer que  $g$  est dérivable sur  $\left] \frac{1}{2}, +\infty \right[$  et que  $g'(x) = \frac{2}{\pi x \sqrt{2x-1}}$

4/ tracer dans le meme repere la courbe  $C'$  de  $g$

**Exercice n°4** (3points)

Pour chaque question, trois réponses sont proposées dont une et une seulement est exacte. Indiquez sur votre copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée

1/ Soit  $z$  un nombre complexe non nul d'argument  $\theta$ . Un argument de  $\frac{-1+i\sqrt{3}}{z}$  est :

a/  $-\frac{\pi}{3} + \theta$  ; b/  $\frac{2\pi}{3} - \theta$  ; c/  $\frac{2\pi}{3} + \theta$

2/ si  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$  et  $g(x) = x + \sqrt{x^2 - 1}$  alors  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g \circ f(x) =$

a/  $+\infty$  ; b/  $-\infty$  ; c/  $0$

3/ les racines cubiques de  $-1$  sont :

a/  $1, -1$  et  $\frac{1+i\sqrt{3}}{2}$  ; b/  $-1; \frac{1+i\sqrt{3}}{2}$  et  $\frac{1-i\sqrt{3}}{2}$  , c/  $-1; \frac{1+i\sqrt{3}}{2}$  et  $\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$

4/ soit A, B et C trois points d'affixes respectives  $z_A; z_B$  et  $z_C$  vérifiant

$(z_B - z_A)(\bar{z}_C - \bar{z}_A) = 2i$  alors

a/  $(AB) \parallel (AC)$  ; b/ A ; B et C sont alignés c/ le triangle ABC est rectangle