Lycée 7/11/1987 Bouarada	Devoir de contrôle n°1	Mr :Belhajamara
Date : 11/11/2010	Durée : 2 heures	Niv : 4sc-exp1

Exercice n°1(4pts)

Répondre par Vrai ou Faux à chacune des propositions suivantes .Aucune justification n'est demandée

1)Toute suite convergente et borne est convergente

2)L'équation $z^2 = -16$ admet dans l'ensemble $\mathbb{C}$ exactement deux solutions

3)Soit f une fonction continue et strictement croissante sur l'intervalle $]-1,1[$ et telle que $\lim_{x\to(-1)^+} f(x) = -\infty$ et $\lim_{x\to(1)^-} f(x) = +\infty$

L'équation $f(x) = 2010$ admet une solution unique dans l'intervalle $]-1,1[$

4)Soit $z \in \mathbb{C}$ tel que $\arg(z) \equiv \theta[2\pi]$ alors $\arg(-\bar{z}) \equiv \pi + \theta[2\pi]$

Exercice n°2 (5pts)

1)Ecrire sous forme algébrique $(1+3i)^2$

2)a)Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'equation (E): $z^2 + (1-i)z + 2 - 2i = 0$

b)Mettre les solutions de (E) sous forme exponentielle

3)Dans le plan complexe muni d'un répère orthonormée $(O,\vec{u},\vec{v})$ .On considere les points A, B et C d'affixes respectives $2i$, $-1-i$ et $3+i$

a)Déterminer la naturedu triangle ABC

b)Soit D le point d'affixe $z_D = 2-2i$ .Calculer $\frac{z_A - z_D}{z_B - z_C}$

c) Montrer que $ABDC$ est carré

Exercice n°3(5pts)

On considère la suite définie par : $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \frac{1}{2}\left(u_n + \frac{1}{u_n}\right)$ $\forall n \in \mathbb{N}$

1) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$: $u_n \geq 1$
2) Montrer que u_n est décroissante
3) a) Montrer que u_n est convergente

b) Calculer la limite de u_n

***Exercice n°4*(6pts)**

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \begin{cases} 5x^3 + 2x^2 + x + 1, & x \leq 0 \\ 1 + \frac{1-cosx}{x} & x > 0 \end{cases}$

1) Montrer que f est contine en zéro
2) Calculer la limite de f en $-\infty$
3) a) Montrer que pour tout $x > 0$ ona :$1 \leq f(x) \leq 1 + \frac{2}{x}$
   b) En déduire la limite de f en $+\infty$
4) a)Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet un unique solution α dans l'intervalle $]-1,0[$

   b) Etudier le signe de f pour $x \in \mathbb{R}$

5) Soit h la fonction définie sur $]1,+\infty[$ par : $h(x) = f(\frac{1}{x-1})$

   Calculer la limite de h à droite en 1