Mathématiques	DEVOIR DE CONTROLE N° 1	Lycée secondaire :
4ème sc		Bourguiba Monastir
Hergli Riadh		29 / 10 / 2010 , 2H

Exercice N°1 : (3 pts)

1- Soit z un nombre complexe non nul d'argument $\frac{\pi}{3}$ alors un argument de i $\bar{z}^3$ est :

a/ $-\frac{\pi}{3}$ b/ $-\frac{\pi}{2}$ c/ π

2- Soit z = - cos ($\frac{2\pi}{5}$) + i sin ($\frac{2\pi}{5}$) alors z est une racine cinquième de :

a/ 1 b/ -1 c/ i

3- Soit (U_n) la suite définie sur IN par $U_n = \frac{(-1)^n}{n+2}$ alors on a :

a/ $\lim_{n\to+\infty} U_n = 0$ b/ $\lim_{n\to+\infty} U_n = +\infty$ c / (U_n) n'admet pas de limite

4- Les 2 suites u et v définies sur IN par $U_n = \frac{1}{n+1}$ et $v_n = -\frac{2}{n+1}$ sont :

a/ adjacentes b/ divergentes c/ décroissantes

Exercice N°2 : (6 pts)

Soit la suite (Un) définie sur IN par $\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = \sqrt{4+3U_n} \end{cases}$ tout n∈ IN

1- Montrer que pour tout n ∈ IN on a : $0 \leq U_n < 4$

2- a) Montrer que (Un) est une suite croissante

b) En déduire que (U_n) est convergente et calculer sa limite

3- a) Montrer que pour tout n ∈ IN on a : $0 < 4 - U_{n+1} < \frac{4-u_n}{2}$

b) En déduire que pour tout n ∈ IN on a: $4 - U_n \leq (\frac{1}{2})^{n-2}$ puis retrouver la limite de la suite (Un)

Exercice N°3 : (6 pts)

1/ a) Résoudre dans IC : $z^2 - 4i z - 8 = 0$

b) Mettre les solutions sous forme exponentielle

2/ Pour tout nombre complexe z , on pose : $P(z) = z^3 - (3+4i)z^2 - 4(2-3i)z + 24 = 0$

a) Vérifier que P(3) = 0 , en déduire une factorisation de P (z) .

b) Résoudre alors dans IC l'équation : P (z) = 0 .

3/ Dans le plan complexe rapporté a un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$ .on désigne par A , B , C et I les points d'affixes respectives : $2+2i$; $-2+2i$; 3 et $2i$

a- Montrer que le triangle OAB est rectangle et isocèle .

b- Déterminer l'ensemble $E = \{M(z) / \ |2iz + 4| = 4\}$

c- Montrer que (OC) est tangente a E .

Exercice N°4: (5 pts)

Soit $\theta \in]0, \pi[$ et (E) : $z^2 - 2z + 1 - e^{2i\theta} = 0$.

1/a- Résoudre dans IC l'équation (E) .

b- Ecrire chacune des solutions de (E) sous forme exponentielle .

2/ Soit P le plan complexe rapporté a un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

On considère les points A ,M_1 et M_2 d'affixes respectives $z_A = 2$, $z_1 = 1 + e^{i\theta}$ et $z_2 = 1 - e^{i\theta}$

a- Déterminer et construire l'ensemble des points M_1 lorsque θ *decrit* $]0, \pi[$.

b- Montrer que $\frac{z_2}{z_1} = -i\, tg(\frac{\theta}{2})$,en déduire que O M_1A M_2 est un rectangle .

c- Déterminer θ pour que O M_1A M_2 soit un carré .