

Exercice 1 : (4 pts)

Donner la réponse correcte.

- 1) Soit $z = 1 + i\sqrt{3}$.
a) $z^{100} = 2^{100} e^{-i\frac{2\pi}{3}}$ b) $|z| = 1$ c) $1 + z + z^2 = 0$
- 2) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \sin\left(\frac{1}{x}\right) =$: a) 0 b) 1 c) $+\infty$
- 3) Toute suite convergente est bornée. a) vrai b) faux
- 4) La suite U définie par : $U_n = \frac{(-1)^n}{n}$.
a) U est divergente b) U converge vers 0 c) U converge vers 1.

Exercice 2 : (5 pts)

Soit f la fonction représentée ci-dessous dans un repère orthonormé.

- 1) a) Calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.
b) Etudier la continuité de f sur IR.
- 2) Que représente la droite (D) pour la courbe (C) de f ?
- 3) a) Déterminer $f(]-\infty, +\infty[)$.
b) Montrer que l'équation $f(x) = 2$ admet une seule solution dans IR.
- 4) On pose $f(x) = -x + \sqrt{1 + x + x^2}$
a) Calculer la limite de f en $+\infty$. Interpréter graphiquement le résultat.
b) Montrer que la courbe (C) admet une asymptote oblique en $-\infty$.



Exercice 3 : (5 pts)

Soit U la suite définie par $U_0 = 2$ et $U_{n+1} = 2 - \frac{1}{U_n}$.

- 1) a) Montrer que $U_n \geq 1$ pour tout entier n .
b) Etudier le signe de $U_{n+1} - U_n$.
c) En déduire la monotonie de la suite U .
- 2) On considère la suite V définie par : $V_n = 3 + \frac{1}{-1+U_n}$.
a) Montrer que V est une suite arithmétique de raison 1.
b) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n . Calculer leurs limites.
c) On pose $S_n = \sum_{k=0}^n V_k$. Exprimer S_n en fonction de n puis Calculer sa limite.

Exercice 4 : (6 pts)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) .

Soit $j = e^{i\frac{2\pi}{3}}$

- 1) Montrer que $j^2 = \bar{j}$ et que $\frac{1}{j} = \bar{j}$
- 2) Calculer $1 + j + j^2$.
- 3) On pose $z_0 = 2j$ et A, B et C les points d'affixes respectives $2, 2j$ et $2j^2$.
a) Placer les points A, B et C dans (O, \vec{u}, \vec{v}) .
b) Montrer que ABC est équilatéral.
- 4) Soient I et J les points d'affixes respectives $-2i$ et 1 et f l'application du plan dans lui-même définie par : A tout point M d'affixe z on associe le point M' d'affixe z' tel que $z' = \frac{2-iz}{1-z}$
a) Vérifier que $z' = \frac{i(z+2i)}{z-i}$.
b) Déterminer et représenter l'ensemble des points M d'affixe z tels que z' est réel.
c) Exprimer $|z'|$ à l'aide de IM et JM et déduire l'ensemble (Δ) des points M tel que $|z'| = 1$.

Bon Travail