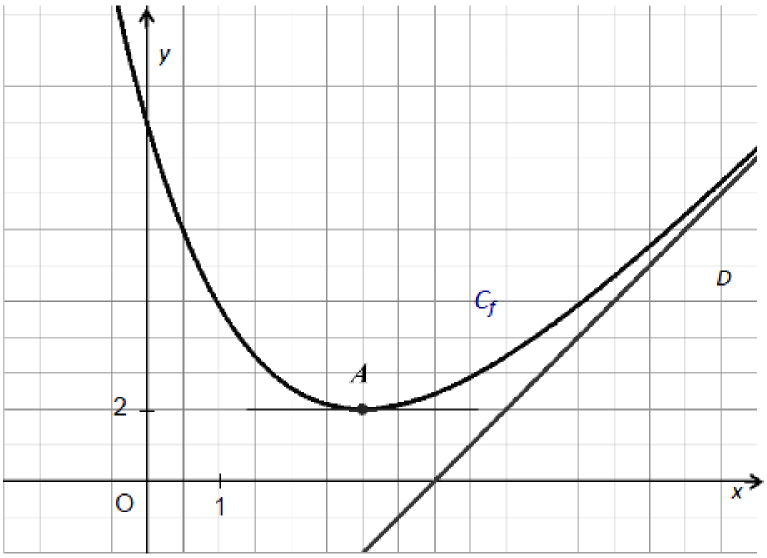
Lycée : Cité Erridh Bouficha	Devoir De Contrôle N° 1	Année scolaire : 2010-2011
Prof :Ouali Mounir		Classe : 4 éme sc 2
Mathématiques		10-11- 10 Durée : 2 heures

Exercice 1 (4 points)

Sur la figure ci-dessous est tracée la courbe représentative notée C_f d'une fonction f continue sur $\mathbb{R}$. On sait que la droite D d'équation $y=2x-8$ est asymptote à la courbe C_f au voisinage de $+\infty$, que la courbe C_f admet branche parabolique de direction $(O,\vec{j})$ au voisinage de $-\infty$ et qu'elle passe par le point $A(3;2)$;



Répondre par **Vrai** ou **Faux** à chaque proposition ci-dessous:

1) a) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$; b) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$; c) $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{f(x)}{x}=+\infty$; d) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{f(x)-2x}=\dfrac{1}{8}$

   e) $f(1)=2,5$; f) $f(\mathbb{R})=[2,+\infty[$.

2) Soit h la fonction définie sur l'intervalle $]2,+\infty[$ par $h(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x-2}}$.

   a) $h\circ f(3)=1$; b) $\lim\limits_{x\to3} h\circ f(x)=0$; c) $\lim\limits_{x\to+\infty} h\circ f(x)=+\infty$;

   d) l'équation h(x) = 1 admet une unique solution réelle.

Exercice2 (3 points)

Soit $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$; $x\mapsto x^3-3x+1$

1) Dresser le tableau de variation de g
2) Montrer que l'équation $g(x)=0$ admet dans $[0,+\infty[$ exactement deux solutions x_1 et x_2 telles que $0<x_1<1<x_2<2$
3) En déduire le signe de $g(x)$ pour $x\in[0,+\infty[$

Exercice3 (3 points)

Etudier la limite éventuelle en zéro de la fonction f

a) $f(x) = x\sin\left(\frac{1}{x}\right)$; b) $f(x) = \frac{1}{x^2} + \sin\left(\frac{1}{x}\right)$; c) $f(x) = \frac{\sin x}{x^3}$

Exercice4 (4 points)

u et v sont les suites définies sur $\mathbb{N}$ par la donnée de u_0 et v_0 et par $\begin{cases} u_{n+1} = \dfrac{u_n + v_n}{2} \\ v_{n+1} = \dfrac{u_{n+1} + v_n}{2} \end{cases}$; $u_0 < v_0$

1) Montrer que $u_n < v_n$, u est croissante et v est décroissante
2) Soit w la suite définie par $w_n = v_n - u_n$
   a) Montrer que w est une suite géométrique et déduire la limite de w
   b) Montrer que u et v convergent vers la même limite

Exercice 5 (6 points)

1- Ecrire le nombre complexe $\left(\sqrt{3} + i\right)^2$ sous forme algébrique
2- Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $z^2 + (1 - i\sqrt{3})z - 1 - i\sqrt{3} = 0$ .On désignera par z' et z'' les racines de (E) avec $R_e(z') \succ 0$
3- Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $\left(o, \vec{u}, \vec{v}\right)$.On considère les points M' et M'' d'affixes respectives z' et z'' et les points A et B 'affixes respectives $a = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ et $b = \frac{-1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$
   a- Mettre a et b sous forme exponentielle
   b- Montrer que $\overrightarrow{OM'} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$ et $\overrightarrow{OM''} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}$
   c- Montrer que le triangle OAB est rectangle isocèle en O
   d- Placer dans le plans les points A , B , M' et M'' et en déduire les valeurs de $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)$

Bon travail