LS 7 novembre EL Alia	*Devoir de contrôle n°1*	*AS :2010/2011*
Prof: Tlich Ahmed	*(Bac Science 2)*	*Duré :2h*

Exercice n°1 : (3 points)

Sans justification .Donner l'unique bonne réponse.

Question	Réponses		
1) Un argument de z = $i\,e^{i\frac{\pi}{3}}$ est :	$-\frac{\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{4\pi}{3}$
2) Si un suite U vérifiant : $\frac{n^2+1}{n^2} \leq U_n \leq 1+\frac{1}{n}$ pour tout entiers naturels n alors	U converge vers 0	U converge vers 1	U est divergente
3) $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{x^2+1}-x$ égal à	$-\infty$	0	$+\infty$

Exercice n°2 : (6 points)

1) a) Vérifier que : $(3+i)^2 = 8 +6i$.

b) Résoudre dans **C** l'équation : (E_1) : $z^2 + (1+3i) z -4 =0$.

2) Soit l'équation (E_2): $z^3 + (1+i) z^2 + (2 -2i) z +8i =0$

a) Vérifier que 2i est une solution de (E_2).

b) Résoudre dans **C** l'équation (E_2).

3) Le plan complexe est munie d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$.On considère les points A,B et C d'affixes respectifs : $z_A=2i$, $z_B=1-i$ et $z_C=-2-2i$.

a) Placer les points A, B et C dans le repère.

b) Montrer que ABC est isocèle et rectangle en B.

4) A tout point M d'affixe z on associe le point M' d'affixe Z' = $\frac{2iz+4}{z-1+i}$ avec $z \neq 1-i$.

a) Montre que : Z'=$\frac{2i(z-2i)}{z-1+i}$.

b) Déterminer l'ensemble des points M tel que : OM' =2.

Exercice n°3 : (6 points)

Soit la suite U définie sur IN par : $\begin{cases} U_0 = \dfrac{3}{2} \\ U_{n+1} = \dfrac{2U_n}{1+U_n} \quad , n \in IN \end{cases}$

1) a) Montrer que pour tout n Є IN on a : $1 \prec U_n \prec 2$.

b) Etudier la monotonie de U.

c) En déduire que U est convergente et calculer sa limite.

2) a)Montrer que pour tout n Є IN on a : $|1-U_{n+1}| \leq \dfrac{1}{2}|1-U_n|$.

b) En déduire que pour tout n Є IN on a : $|1-U_n| \leq (\dfrac{1}{2})^{n+1}$.

c) Retrouver la limite de U.

Exercice n°4 : (5 points)

Soit la fonction f définie sur IR par : f(x) = $\begin{cases} 1 + x^2 \, Sin(\dfrac{\pi}{x}) & si \quad x \succ 0 \\ x^3 + x + 1 & si \quad x \leq 0 \end{cases}$

1) a) Montrer que pour tout x Є] 0, +∞ [on a : $1 - x^2 \leq f(x) \leq 1 + x^2$.

b) En déduire $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x)$.

c) Montrer que f est continue en 0.

2) a) Calculer f '(x) pour tout x Є]-∞ , 0].

b) Montrer que l'équation f(x) =0 admet une unique solution x_0 dans]-∞ , 0[et vérifier que -0,7 < x_0 < -0 ,6.

3) Calculer ces limites : $\lim\limits_{x \to 2^-} f(\dfrac{1}{x-2})$; $\lim\limits_{x \to +\infty} f(\dfrac{x-1}{x^2+2})$.

Bon travail