Site web : http://www.matheleve.net/ *Email1 :* contact@matheleve.net *Email2 :* matheleve@gmail.com	***Devoir de contrôle n°01***		
Lycée Ali Bourguiba Bembla	*4 ème Sci 1*	*Dimanche 27-11-2011*	***Chortani Atef***

Exercice 1 (4 Points)

Répondre par vrai ou faux a chacune des propositions suivantes en justifiant votre réponse.

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$

Soit f une fonction définie sur $[0;+\infty[$ verifiant : $\dfrac{x^2+2012}{x^2+2011} \le f(x) \le \dfrac{x^2+2011}{x^2+2010}$

1) La droite Δ d'équation $y=1$ est une asymptote à la courbe de f au voisinage de $+\infty$

2) Pour tout réel $x \in [0;+\infty[$ la courbe de f est au dessue de la droite Δ

3) La fonction f est strictement croissante sur $[0;+\infty[$

4) $\lim\limits_{x\to 0^+} f\left(\dfrac{1}{x}\right) = +\infty$

Exercice 2 (7 Points)

Soit f la fonction définie par $\begin{cases} f(x) = -x^3+\sqrt{1-x}-2 & \text{si } x \le 1 \\ f(x) = \dfrac{\cos(x-1)-1}{x-1}-3 & \text{si } x > 1 \end{cases}$

1)a) Montrer que f est continue sur chacun des intervalles $]-\infty,1[$ et $]1,+\infty[$

b) Etudier la continuité de f en 1 $\left(\text{On rappelle que } \lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos x - 1}{x} = 0\right)$

2) Calculer $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$

3)a) Montrer que pour tout réel $x > 1$, on a : $-3-\dfrac{2}{x-1} \le f(x) \le -3$

b) En deduire $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$, interpréter le résultat .

4) Soit g la restriction de f sur $]-\infty\,,1]$

a) Montrer que g est strictement décroissante sur $]-\infty\,,1]$ en déduire $g\,(]-\infty\,,1])$

b) Montrer que l'équation $g(x)=0$ admet une seule solution α dans $]-\infty\,,1]$

c) Vérifier que $-0{,}9<\alpha<-0{,}8$.

d) En déduire le signe de g sur $]-\infty\,,1]$

Exercice 3(6 Points)

1)a)Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2 - 2iz - 2 = 0$

b) Mettre les solutions sous forme trigonométrique.

2) Soit θ un réel de l'intervalle $]0;\pi[$ on considère l'équation d'inconnue z complexe

(E): $z^2 - 2e^{i\theta}z + e^{2i\theta} - 1 = 0$

Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E)

3) Dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $(O;\vec{u},\vec{v})$,on considère les points A, B et C

d'affixes respectives : $z_1 = 2e^{i\theta}$; $z_2 = 1 + e^{i\theta}$ et $z_3 = -1 + e^{i\theta}$

a)Ecrire z_2 et z_3 sous forme exponentielle.

b) Montrer que le quadrilatère OBAC est un rectangle.

c)Déterminer le réel θ de$]0;\pi[$ tel que OBAC soit un carré.

Exercice 4 (3 Points)

Soit θ un réel de $\left[0\,,\frac{\pi}{2}\right[$

Soient les nombres complexes $a = \left(\sqrt{3} + i\right)e^{i\theta}$ et $u = (\sqrt{3} - i) + (\sqrt{3} + i)e^{i\theta}$

1) Donner la forme exponentielle de a.

2) Montrer que $u = 4\cos\left(\frac{\theta}{2} + \frac{\pi}{6}\right)e^{i\frac{\theta}{2}}$ (On rappelle que pour tout réel α ; $2\cos\alpha = e^{i\alpha} + e^{-i\alpha}$)

3)Pour $\theta = \frac{\pi}{6}$, déduire les valeurs exactes de $\cos(\frac{\pi}{12})$ et $\sin(\frac{\pi}{12})$