Lycée Thelepte

Novembre 2011

Durée : 2heures

DEVOIR DE CONTROLE N1

Niveau :4 éme Sciences experimentales
Epreuve : Mathématiques
Prof : Mhamdi Abderrazek

Exercice n°1 :(**4**points)

Répondre par vrai ou faux :

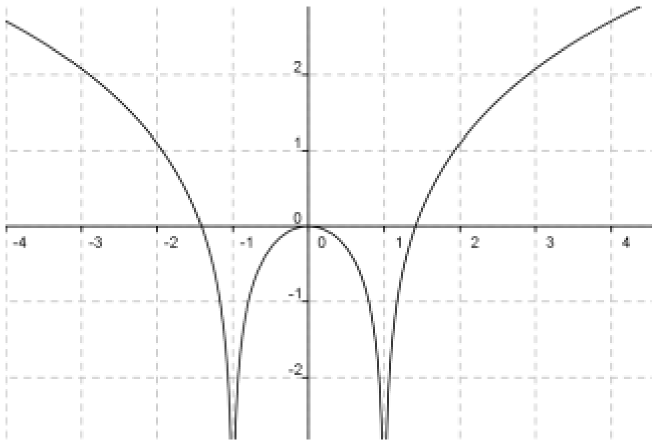
1)Toute suite bornée est convergente

2)La suite (U) définie sur IN par : $u_n=\frac{\sqrt{n^{2+2n+3}}}{n}$ est convergente

3) La suite (V) définie sur IN par :$v_n=\frac{(-1)^n}{n+1}$ converge vers 0

4)Si les suites (u_{2n}) et (u_{2n+1})sont convergentes alors la suite (u_n)est convergente

Exercice n°2 :(**5**points)



La courbe ci-dessus représente une fonction f dérivable sur son ensemble de définition D_f dont les droites d'équations :x=-1 et x=1 sont deux asymptotes.

Par une lecture graphique :

1)Déterminer D_f

2) Déterminer les limites de f aux bornes de D_f

3)Déterminer f(0) et f'(0)

4)Dresser le tableau de variation de f sur D_f

<u>Exercice n°3</u> :(**5** points)

Soit la fonction g définie sur IR par g(x)=2x-1-$\sin(x)$

1)a)Montrer que 2x-2 $\leq$g(x) $\leq$2x $\forall$ x$\in$ IR

b)En déduire les limites de g en $-\infty$ et en $+\infty$

c)Dresser le tableau de variation de g

2)a)Montrer que l'équation g(x)=0 admet dans IR une unique solution α

b)Vérifier que 0 $<$α $< \frac{\pi}{2}$

c)Déterminer le signe de g(x)

<u>Exercice n°4</u> :(**6** points)

1)Résoudre dans ℂ l'équation : z²-2z+2=0

2)Le plan complexe étant rapportée a un repère orthonormé (o ;$\vec{u}$;$\vec{v}$)

On considère les points A et B d'affixes respectifs z_A=1+i et z_B=1-i

a)Placer les points A et B

b)Déterminer la nature exacte du triangle OAB

c)Donner les formes exponentielles de $z_A$et de z_B

d)Donner l'écriture cartésienne de $(z_A)^{4000}$

3) a) Résoudre dans ℂ l'équation : z²-2z+1-$e^{2i\theta} = 0$ ($\theta \in]0;\pi[$)

b) On considère les points M et N d'affixes respectifs z_M=1+$e^{i\theta}$ et z_N=1-$e^{i\theta}$

i)Montrer que le triangle OMN est rectangle($\forall$ $\theta \in]0;\pi[$)

ii)Pour quelle valeur de θ le triangle OMN est isocèle

c)Déterminer l'ensemble des points M lorsque θ varie dans $]0;\pi[$

BON TRAVAIL

Lycée Thelepte

Novembre 2011

Corretion du devoir de contrôle N°1

Niveau : 4 ème Science expérimentales
Epreuve : Mathématiques
Prof : Mhamdi Abderrazek

Exercice n°1 :

1)F 2) V 3) V 4)F.

Exercice n°2 :

1)D_f=IR/$\{-1;1\}$

2) $\lim\limits_{-\infty} f=+\infty$;$\lim\limits_{+\infty} =+\infty$; $\lim_{-1} f=-\infty$; $\lim_{1} f=-\infty$

3)f(0)=0 ; f'(0)=0

4)

x	-∞		-1		0		1		+∞
f'(x)		-	‖	+	0	-	‖	+	
f	+∞	↘ -∞	‖	-∞ ↗		↘ -∞	‖	-∞ ↗	+∞

Exercice n°3 :

1)a) On a -1≤-sin(x) ≤ 1 alors 2x-2 ≤2x-1-sin(x) ≤ 2x d'où 2x-2 ≤g(x) ≤ 2x

b) On a $\lim\limits_{-\infty}$2x-2 =$\lim\limits_{-\infty}$2x=$-\infty$ alors $\lim\limits_{-\infty}$ g =-∞ et $\lim\limits_{+\infty}$ 2x-2=$\lim\limits_{+\infty}$2x=+∞ alors $\lim\limits_{+\infty}$ g =+ ∞

c)g'(x)=2-cos(x) > 0 d'où

x	-∞		+∞
g'(x)		+	
g	-∞	↗	+∞

2)a) On a g est continue et strictement croissante sur IR et $0 \in g(IR)=$ IR alors l'équation $g(x)=0$ admet une unique solution $\alpha \in$ IR

b)On a $g(0)=-1 <0$ et $g(\frac{\pi}{2})=\pi-2 >0$ donc $g(0)\times g(\frac{\pi}{2}) <0$ d'où $0<\alpha< \frac{\pi}{2}$

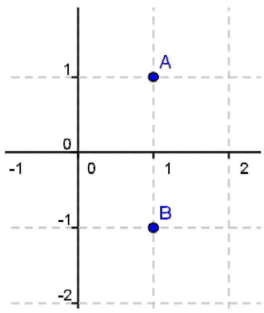
c)

x	$-\infty$		α		$+\infty$
g(x)		-	0	+	

Exercice n°4 :

1)$z^2-2z+2=0$.$\Delta'=1-2=-1=(i)^2$ donc $z_1=1-i$ et $z_2=1+i$

2)a)



b)OA=OB=$\sqrt{2}$ et $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}=1-1=0$ donc $\overrightarrow{OA} \perp \overrightarrow{OB}$ d'où OAB est isocèle et rectangle en O.

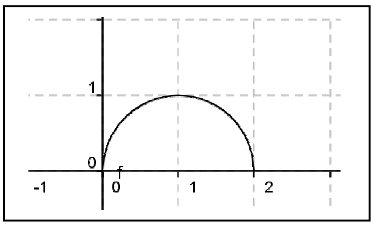
c)$z_A=1+i = \sqrt{2}\, e^{i\frac{\pi}{4}}$ et $z_B= 1-i = \sqrt{2}\, e^{-i\frac{\pi}{4}}$

d)$(z_A)^{4000}=(\sqrt{2})^{4000}e^{i1000\pi}=(2)^{2000}e^{i0}=(2)^{2000}$

3)a) $z^2-2z+1-e^{2i\theta}=0$.$\Delta'=1-1+e^{2i\theta}=(e^{i\theta})^2$ donc $z_1=1+e^{i\theta}$ et $z_2=1-e^{i\theta}$.

b)$i)\overrightarrow{OM}\begin{pmatrix}1+\cos(\theta)\\ \sin(\theta)\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{ON}\begin{pmatrix}1-\cos(\theta)\\ -\sin(\theta)\end{pmatrix}$ on a $\overrightarrow{OM}.\overrightarrow{ON}=1-\cos^2(\theta)-\sin^2(\theta)=1-1=0$ sig $\overrightarrow{OM} \perp \overrightarrow{ON}$

Sig le triangle OMN est rectangle en O $\forall\ \theta \in]0;\pi[$



ii)OMN est isocèle en O sig OM=ON sig $\sqrt{(1+\cos(\theta))^2 + sin^2\theta} = \sqrt{(1-\cos(\theta))^2 + sin^2\theta}$ sig $4\cos(\theta)=0$ sig $\cos(\theta)=0$ sig $\theta = \frac{\pi}{2}$

c)$z_M=x+iy=1+\cos(\theta)+i\sin(\theta)$ sig $\begin{cases}\cos(\theta) = x-1\\ \sin(\theta)\end{cases}$ et $\begin{cases}0 < x < 2\\ 0 < y \leq 1\end{cases}$ or $\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta)=1$

sig $(x-1)^2+y^2=1^2$.donc M est un point de l'arc situé dans la partie positive du cercle de centre $\Omega(1\ ;0)$ et de rayon 1 privé des points O et C(2 ;0)

BON TRAVAIL