LS EL Alia	Devoir de contrôle n°1	AS : 2011/2012
Prof: Tlich Ahmed	(Bac Science1 et 2)	Duré :2h

Exercice n°1 : (3 points)

Sans justification .Donner l'unique bonne réponse.

Question	Réponses		
1) La forme exponentielle de z=-2 $e^{i\frac{\pi}{3}}$ est :	$2e^{i(\frac{\pi}{3}+\pi)}$	$2e^{-i\frac{\pi}{3}}$	$e^{-i2\frac{\pi}{3}}$
2) Si $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=2$ et $\lim\limits_{x\to 2} g(x)=1$ alors $\lim\limits_{x\to 1}(g\circ f)(x)$	n'existe pas	1	2
3) Une suite vérifie : $\lvert U_n - 1\rvert \leq \frac{1}{n}$, n€IN*	U converge vers 0	U converge vers 1	On ne peut rien conclure

Exercice n°2 : (7 points)

Le plan est munie d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$.

On considère les points A, B et C d'affixes respectifs $Z_A=(\sqrt{3}-i)e^{i\frac{\pi}{3}}$, $Z_B=-1+i\sqrt{3}$ et $Z_C=i$.

1)a) Ecrire ($\sqrt{3}$ -i) sous forme exponentielle puis déduire la forme exponentielle de Z_A.

b) Ecrire sous forme exponentielle Z_B puis $\frac{z_A}{z_B}$

c) Déduire que le triangle OAB est isocèle et rectangle en O.

d) Déterminer l'affixe du point D sous forme algébrique pour que OADB soit un carré.

2) A tout point M du plan d'affixe Z≠i on lui associe le point M' d'affixe $Z'=\dfrac{e^{-i\frac{\pi}{3}}z-(\sqrt{3}-i)}{z-i}$.

a) Montrer que : $Z'=e^{-i\frac{\pi}{3}}\left(\dfrac{z-z_A}{z-z_C}\right)$.

b) Déterminer l'ensemble des point M tel que $|Z'|=1$.

Exercice n°3 : (5 points)

Soit la fonction définie sur IR par : $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1+xSinx}{x^2+1} & si \quad x\succ 0\\ x^3+x+1 & si \quad x\leq 0\end{cases}$

1) Montrer que f est continue en 0.

2)a) Montrer que pour tout x > 0 on a : $\dfrac{1-x}{x^2+1}\leq f(x)\leq\dfrac{1+x}{x^2+1}$

b) En déduire $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ puis calculer $\lim\limits_{x\to 1^-} f\left(\dfrac{1}{1-x}\right)$.

3) a)Etudier les variations de f sur $]-\infty,0]$.

b) Monter que l'équation f(x) =0 admet dans $]-\infty,0]$ une unique solution α puis vérifier que : $-0,7<\alpha<-0,6$.

<u>Exercice n°4</u> : (5 points)

Soit la suite U définie sur IN par $\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = \dfrac{3U_n + 2}{U_n + 2} \end{cases}$

1)a) Monter que tout n $\in$ IN on a : $-1 \leq U_n \leq 2$.

b) Montrer que U est croissante.

c) En déduire que U est convergente et calculer sa limite.

2) Soit la suite V définie sue IN par : $V_n = \dfrac{U_n - 2}{U_n + 1}$

a) Montrer que V est géométrique de raison $\dfrac{1}{4}$ et dont on précisera son premier terme ;.

b) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n.

c) Retrouver $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$

<u>Bon travail</u>