|  |  |
| --- | --- |
| Site web : [http://www.matheleve.net](http://www.matheleve.net/)Email1 :contact@matheleve.netEmail2 :matheleve@gmail.com | **Devoir de contrôle n°01** |
| Lycée Ali Bourguiba Bembla  |  4 ème  sc1 | Lundi 19-11-2012 |  **Chortani Atef** |

**Exercice 1(QCM)(4 points)**

1) La forme exponentielle de $(-1-i\sqrt{3})$ est

$$a) 2e^{\frac{i4π}{3}} b)2e^{\frac{iπ}{3}} c)2e^{\frac{i2π}{3}}$$

$$2) Si z un nombre complexe tels que \left|z\right|=2 alors \left|z-\frac{1}{\overbar{z}}\right|=$$

$$a)\frac{1}{2} b)1 c)\frac{3}{2}$$

$$3)Si\frac{π}{6}est un argument de z alors un argument de \frac{i}{\overbar{z}^{2}}est :$$

$$a)\frac{5π}{6} b) \frac{π}{6} c)-\frac{5π}{6}$$

4) Soit θ un réel alors $1-e^{iθ}=$

$$a) 2\sin(\left(\frac{θ}{2}\right))e^{i\left(\frac{θ}{2}+\frac{π}{2}\right)} b)2\sin(\left(\frac{θ}{2}\right))e^{i\left(\frac{θ}{2}-\frac{π}{2}\right)} c)2\cos(\left(\frac{θ}{2}\right))e^{i\frac{θ}{2}}$$

**Exercice 2(3 points)**

On donne ci-dessous le tableau de variation d’une fonction $f$ continue sur ℝ.

|  |  |
| --- | --- |
| $$x$$ | −∞ −2 0 2 +∞ |
| $$f(x)$$ |  0 2 0 −3 −3  |

1) a)Donner le nombre des solutions de l’équation $\left(E\right): f\left(x\right)=0.$

b) On suppose que 1 est une solution de $\left(E\right) et $on note α la deuxième solution

\*Vérifier que α < 1

\*\*) En déduire le signe de $f(x)$

$$2)Calculer \lim\_{x\to +\infty }f\left(\frac{1}{x}\right) puis \lim\_{x\to -\infty }f\left(\frac{2x}{x-1}⁡\right) $$

**Exercice 3(6 points)**

Dans le plan complexe P rapporté à un repère orthonormé direct :$\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$

On désigne par A , B et C les points d’affixes respectives $i ,-1 et 1$

Soit l’application $f$du P dans P qui à tout point M d’affixe z associe le point M’ d’affixe z’

$$tel que z^{'}=\frac{z+1}{z-i} \left(z un nombre complexe diffèrent de i\right) $$

1)a) Déterminer l’affixe $z\_{C^{'}}$ du point C’ image de point C par $f$

b) Donner la forme exponentielle de $z\_{C'}$

2)a)Déterminer l’ensembles des points M tels que z’ soit réel.

b) Déterminer l’ensemble de point M tel que z’ soit imaginaire pure

$$3)a) Montrer que pour tout z \ne i on a : OM^{'}=\frac{BM}{AM}$$

b) Déterminer l’ensemble des points M’ lorsque M décrit la médiatrice de segment $\left[AB\right]$

4)a)Montrer que $\left|\left(z^{'}-1\right)\left(z-i\right)\right|=\sqrt{2}$

b) En déduire l’ensemble des points M’ lorsque le point M décrit le cercle de centre A est de rayon $\sqrt{2}$

**Exercice 4(7 points)**

$$Soit la fonction f définie sur IR par f\left(x\right)=\left\{\begin{array}{c}\frac{x+cos⁡(πx) }{x-1} si x<1\\\sqrt{x^{2}+3}-1 si x\geq 1\end{array}\right.$$

On désigne par (C ) la courbe représentative de $f$ sur un repère orthonormée $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ du plan.

$$1)a)Montrer que \lim\_{x\to 1^{-}}f(x)=1 \left(On vous donne \lim\_{x\to 1^{-}}\frac{1+cos⁡(πx) }{x-1}=0\right)$$

b)En déduire que $f$ continue en 1

c) Montrer que $f$ est continue sur IR

$$2)a) Vérifier que pour tout x\in \left]-\infty ;1\right[ ; \frac{x+1}{x-1}\leq f(x)\leq 1$$

 b) En déduire que la droite d’équation y = 1 est une asymptote à (C ) au voisinage de $-\infty $

$$3)a) Calculer \lim\_{x\to +\infty }f(x)$$

$$b) Montrer que \lim\_{x\to +\infty }f(x)-x=-1 ,interpréter graphiquement le résultat obtenu. $$

$$4) a)Montrer que l’équation f\left(x\right)=0 admet au moins une solution α dans\left]-\frac{1}{2},0\right[$$

b) Montrer que $ \sin(\left(πα\right))=- \sqrt{1-α^{2}}$