Site web : http://www.matheleve.net *Email1 :contact@matheleve.net* *Email2 :matheleve@gmail.com*	***Devoir de contrôle n°01***		
Lycée Ali Bourguiba Bembla	*4 ème sc1*	*Lundi 19-11-2012*	***Chortani Atef***

Exercice 1(QCM)(4 points)

1) La forme exponentielle de $(-1-i\sqrt{3})$ est

a) $2e^{\frac{i4\pi}{3}}$ b) $2e^{\frac{i\pi}{3}}$ c) $2e^{\frac{i2\pi}{3}}$

2) Si z un nombre complexe tels que $|z|=2$ $alors$ $\left|z-\frac{1}{\bar{z}}\right|=$

a) $\frac{1}{2}$ b) 1 c) $\frac{3}{2}$

3) Si $\frac{\pi}{6}$ est un argument de z alors un argument de $\frac{i}{\bar{z}^2}$ est :

a) $\frac{5\pi}{6}$ b) $\frac{\pi}{6}$ c) $-\frac{5\pi}{6}$

4) Soit θ un réel alors $1-e^{i\theta}=$

a) $2\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)e^{i\left(\frac{\theta}{2}+\frac{\pi}{2}\right)}$ b) $2\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)e^{i\left(\frac{\theta}{2}-\frac{\pi}{2}\right)}$ c) $2\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)e^{i\frac{\theta}{2}}$

Exercice 2(3 points)

On donne ci-dessous le tableau de variation d'une fonction f continue sur $\mathbb{R}$.

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f(x)$	0 ↘	-3 ↗	2 ↘	-3 ↗	0

1) a) Donner le nombre des solutions de l'équation (E): $f(x)=0$.

b) On suppose que 1 est une solution de (E) et on note α la deuxième solution

*Vérifier que $\alpha<1$

**) En déduire le signe de $f(x)$

2) Calculer $\lim_{x\to+\infty} f\left(\frac{1}{x}\right)$ puis $\lim_{x\to-\infty} f\left(\frac{2x}{x-1}\right)$

Exercice 3(6 points)

Dans le plan complexe P rapporté à un repère orthonormé direct :$(O;\vec{u},\vec{v})$

On désigne par A , B et C les points d'affixes respectives i , -1 et 1

Soit l'application f du P dans P qui à tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe z'

tel que $z' = \dfrac{z+1}{z-i}$ (z un nombre complexe diffèrent de i)

1)a) Déterminer l'affixe $z_{C'}$ du point C' image de point C par f

b) Donner la forme exponentielle de $z_{C'}$

2)a)Déterminer l'ensembles des points M tels que z' soit réel.

b) Déterminer l'ensemble de point M tel que z' soit imaginaire pure

3)a) Montrer que pour tout z $\neq$ i on a : $OM' = \dfrac{BM}{AM}$

b) Déterminer l'ensemble des points M' lorsque M décrit la médiatrice de segment $[AB]$

4)a)Montrer que $|(z'-1)(z-i)| = \sqrt{2}$

b) En déduire l'ensemble des points M' lorsque le point M décrit le cercle de centre A est de rayon $\sqrt{2}$

Exercice 4(7 points)

Soit la fonction f définie sur IR par $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x+\cos(\pi x)}{x-1} & si\ x < 1 \\ \sqrt{x^2+3}-1 & si\ x \geq 1 \end{cases}$

On désigne par $(\mathscr{C})$ la courbe représentative de f sur un repère orthonormée $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ du plan.

1)a)Montrer que $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = 1$ $\left(\text{On vous donne } \lim\limits_{x\to 1^-} \dfrac{1+\cos(\pi x)}{x-1} = 0\right)$

b)En déduire que f continue en 1

c) Montrer que f est continue sur IR

2)a) Vérifier que pour tout $x \in]-\infty;1[$; $\dfrac{x+1}{x-1} \leq f(x) \leq 1$

b) En déduire que la droite d'équation $y = 1$ est une asymptote à $(\mathscr{C})$ au voisinage de $-\infty$

3)a) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

b) Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) - x = -1$, interpréter graphiquement le résultat obtenu.

4) a)Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet au moins une solution α dans $\left]-\dfrac{1}{2},0\right[$

b) Montrer que $\sin(\pi\alpha) = -\sqrt{1-\alpha^2}$