LS El Alia	**DEVOIR DE CONTROLE N°1**	AS : 2012/2013
Prof: Tlich Ahmed	(BAC science)	Durée: 2h

Exercice n°1 : (3 points)

Choisir l'unique bonne réponse et sans justification.

1) Soit (U_n) une suite qui vérifie : $|U_n - 1| \leq (\frac{1}{3})^n$ alors :

a) U converge vers 1 b) U converge vers 0 c) U est divergente

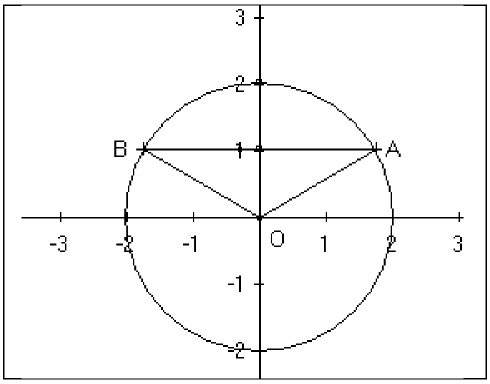
2) Le plan complexe est muni d'une repère orthonormé (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$).On donne les points A et B d'affixes respectifs Z_A= 2i et Z_B =-2i alors l'ensemble des points M d'affixe Z vérifiant $|\overline{Z} + 2i| = 2$ est :

a) le cercle de centre A et de rayon 2 b) le cercle de centre B et de rayon 2

3) Le plan complexe set muni d'une repère orthonormé (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$).On donne dans la figure ci contre un cercle de centre O et de rayon 2 et deux points A et B tel que :

$Z_A = 2e^{i\frac{\pi}{6}}$ alors :

a) $Z_B = 2e^{-i\frac{\pi}{6}}$ b) $Z_B = e^{i\frac{5\pi}{6}}$ c) $Z_B = 2e^{5i\frac{\pi}{6}}$



Exercice n°2 : (6 points)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct (O, $\vec{u}$, $\vec{v}$).

On considère les points A et B d'affixes respectifs $Z_A = \sqrt{3} + i$ et $Z_B = -1 + i\sqrt{3}$.

1) a) Ecrire sous forme exponentielle Z_A et Z_B .

b) Construire les points A et B dans le repère.

c) Ecrire $\frac{Z_B}{Z_A}$ sous forme exponentielle.

d) Déduire que OAB est un triangle rectangle et isocèle en O.

e) Déterminer sous forme algébrique l'affixe du point C pour que le quadrilatère OACB soit un carré.

2) Soit un point M d'affixe $Z_M = 1 + e^{2i\theta}$ où $\theta \in [0, \frac{\pi}{2}[$.

a) Montrer que $Z_M = 2\cos\theta\ e^{i\theta}$ puis vérifier que c'est son écriture sous forme exponentielle.

b) Déterminer la valeur de θ pour que M varie sur la cercle de centrer O et de rayon 2.

c) Déterminer la valeur de θ pour que O, A et M soient alignées.

Exercice n°3 : (6 points)

Soit la fonction f définie sur IR par f(x) = $\begin{cases} \dfrac{\sqrt{x^2+1}+x}{x^2+1} & si \quad x \succ 0 \\ x^3+2x+1 & si \quad x \leq 0 \end{cases}$

1) a) Montrer que pour tout x $\in]0,+\infty[$: $\quad 0 \leq f(x) \leq \dfrac{2x+1}{x^2+1}$

b) Déduire $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) Montrer que f est continue en 0.

3) a) Etudier les variations de f sur$]-\infty,0]$.

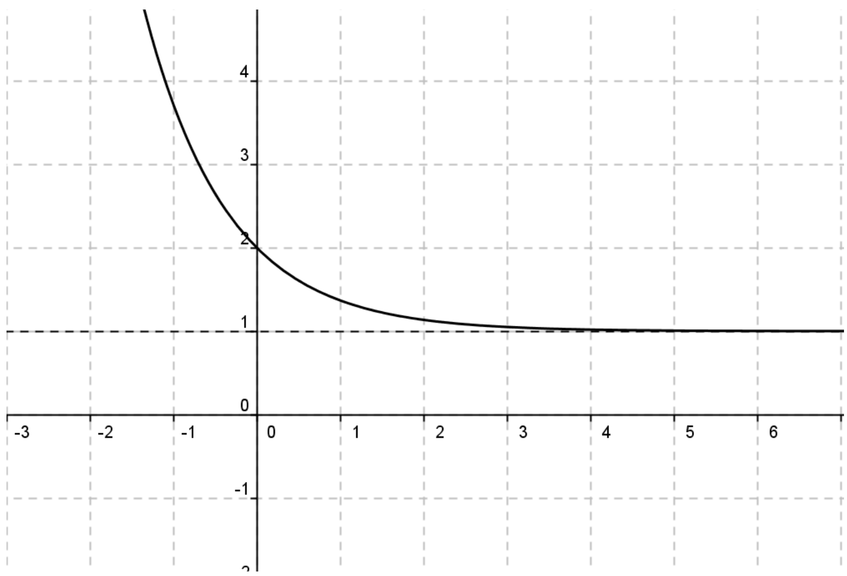
b) Monter que l'équation f(x) =0 admet dans $]-\infty,0]$ une unique solution α puis vérifier que -0,5 ≤ α ≤ -0,4.

4) La courbe ci dessous représente une fonction g qui admet la droite D :y=1 comme asymptote horizontale en +∞ et une branche infinie parabolique au voisinage de -∞ de direction (oy)

a) Dresser graphiquement le tableau de variation de g.

b) Calculer ces limites :

$\lim\limits_{x\to+\infty} gof(x) \qquad \lim\limits_{x\to-\infty} fog(x) \qquad \lim\limits_{x\to2^+} g\left(\dfrac{2x}{x-2}\right)$



Exercice n°4 : (5 points)

On définit deux suites *U* et *V* par U_0=1, V_0=12 et pour tout entier naturel *n* : $\begin{cases} U_{n+1} = \dfrac{U_n+2V_n}{3} \\ V_{n+1} = \dfrac{U_n+3V_n}{4} \end{cases}$

1) On appelle *W* la suite définie pour tout entier naturel *n* par $W_n=V_n-U_n$

Montrer que *W* est une suite géométrique à terme positif dont on précisera la raison.

2) Montrer que la suite *U* est croissante et que la suite *V* est décroissante

3) Montrer que les deux suites *U* et *V* convergent vers la même limite que l'on appellera α .

4) On appelle *t* la suite définie pour tout entier naturel *n* par $t_n=3U_n+8V_n$

a) Montrer que *t* est une suite constante. Déterminer cette constante

b) Déterminer alors la valeur de α .

Bon travail