

Le sujet comporte 3 pages numérotées de 1/3 à 3/3

Exercice N°1 : (6pts)

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$

On donne dans l'annexe ci-jointe la courbe représentative d'une fonction f définie sur \mathbb{R} et dérivable sur $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$. La courbe de f admet :

*une branche parabolique de direction $(O; \vec{j})$ au voisinage de $+\infty$; et de direction $(O; \vec{i})$ au voisinage de $-\infty$

*une tangente parallèle à l'axe des abscisses au point d'abscisse 0

* deux demi- tangentes en -1 et en 1

* Les deux demi-tangentes à gauche en 1 et à droite en-1 passent par le même point(0,2)

Par lecture graphique

Partie A répondre par vrai ou faux :

1) $f'(0)=1$

2) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x)}{x-1} = 0$

3) $T : y = 0$ est la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 0

4) $f([0; 2]) = [1; 2]$

Partie B Déterminer

1) $f'_d(-1)$

2) $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{f(x)}{x+1}$ et $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x)}{x-1}$

3) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$

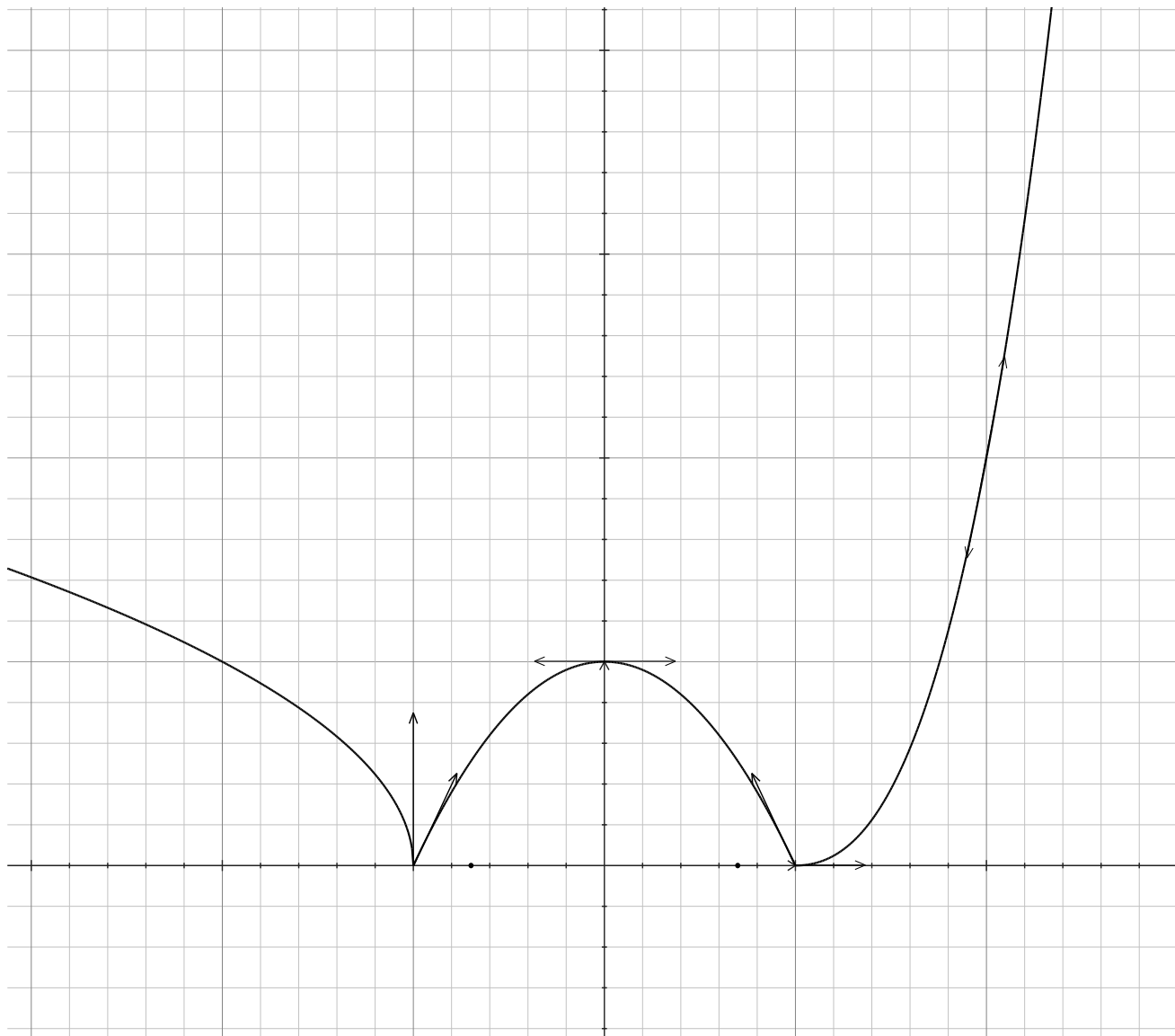
Partie C

On considère les fonctions g et h définies sur \mathbb{R} par : $g(x) = f(x^2 + \sin x)$ et $h(x) = \cos(f(x)) + x^2$

1) Justifier que g est dérivable en 0 et donner $g'(0)$

2) Calculer la limite de h en $+\infty$ en justifiant

Exercice N°1



Exercice N°2 :(4pts)

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par :
$$\begin{cases} f(x) = 1 + x^3 + x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right) & \text{si } x \in]0; +\infty[\\ f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 1 & \text{si } x \in]-\infty; 0[\end{cases}$$

1) a / Montrer que pour tout $x \in]0; +\infty[$ on a : $1 + x^3 - x^2 \leq f(x) \leq 1 + x^2 + x^3$.

b / En déduire la limite de f à droite en 0

c / Etudier la continuité de f en 0

d / Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

2) a / Montrer que l'équation $x^3 - 2x^2 + x + 1 = 0$ admet une unique solution α dans $] -1, 0 [$.

b / Vérifier que $\alpha = -\sqrt{\frac{1+\alpha}{2-\alpha}}$

Exercice N°3 :(4.5pts)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{u}; \vec{v})$ On considère les points A et B

d'affixes respectives $Z_A = 2 + 2i$ et $Z_B = \sqrt{3} + i$

1) a / Donner la forme exponentielle de Z_B

b / Placer les points A et B

2) Soit C le point du plan tel que OACB est un parallélogramme .Calculer l'affixe du point C

3) a / Déterminer la forme algébrique de $Z_A \cdot Z_B$

b / Déterminer la forme exponentielle de $Z_A \cdot Z_B$

c / Déduire les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)$

Exercice N°4 :(5.5pts)

On considère, dans l'ensemble \mathbb{C} des nombres complexes, l'équation (E) : $Z^2 - (3-i)Z + 4 = 0$

1) a / Calculer $(1-3i)^2$

b / Résoudre dans \mathbb{C} l'équation (E)

2) Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{u}; \vec{v})$ On considère les points A et

B d'affixes respectives $2-2i$ et $\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$

a / Donner la forme algébrique de Z_B

b / Placer les points A et B dans le repère $(O; \vec{u}; \vec{v})$

3) Ecrire sous forme exponentielle Z_A et $\frac{Z_B}{Z_A}$ puis déduire la nature du triangle OAB

4) Soit M un point du plan d'affixe $Z_M = 3 + i\alpha$; $\alpha \in \mathbb{R}$

Déterminer le réel α pour que AMB soit un triangle rectangle en M.