EXERCICE N°1 : (4 points)

Une seule des trois propositions suivantes est exacte, le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondante à la réponse choisie. **Aucune justification n'est demandée**.

1) Pour tous réels a , b et $\boldsymbol{\theta}$, la partie réelle de $e^{i\theta}(a-ib)$ est :
   a) a b) $-b$ c) $a.\cos\theta+b.\sin\theta$
2) Si $z=(1-\sqrt{5})e^{i\frac{\pi}{3}}$ alors un argument de z est :
   a) $\frac{\pi}{3}$ b) $\frac{4\pi}{3}$ c) $-\frac{\pi}{3}$
3) Si U_n est une suite réelle telles que : $|U_n-1|\leq\left(\frac{1}{3}\right)^n$ pour tout $n\in IN$ alors :
   a) U_n converge vers 1 b) U_n converge vers 0 c) U_n st divergente
4) Si f et g sont deux fonctions telles que : $\lim_{x\to+\infty} f(x)=2$ et $\lim_{x\to2} g(x)=+\infty$ alors :
   a) $\lim_{+\infty} f\,og=2$ b) $\lim_{+\infty} f\,og=+\infty$ c) $\lim_{2} f\,og=2$

EXERCICE N°2 : (5 points)

Soit f la fonction définie sur IR par : $\begin{cases} f(x)=x^2-2+x^2\sin\left(\frac{\pi}{x^2}\right) & si\ \ x\leq-1\\ f(x)=-3+\frac{x+1}{\sqrt{2+x}-1} & si\ \ x>-1\end{cases}$

1) a) Montrer que f est continue en (-1) .
   b) Démontrer que f est continue sur IR.
2) a) Montrer que $\lim_{x\to-\infty} x^2.\sin(\frac{\pi}{x^2})=\pi$ (on peut utiliser un changement de variable)
   b) Déduire alors $\lim_{-\infty} f$
3) a) Montrer que l'équation « f(x)=0 » admet une solution α dans $[-2,-1]$.
   b) Montrer que $\sin\left(\frac{\pi}{\alpha^2}\right)=\frac{2}{\alpha^2}-1$

EXERCICE N°3 : (5,5 points)

Soit la suite U_n définie sur IN par : $\begin{cases} U_0=2\\ U_{n+1}=\frac{2}{3}U_n+\frac{1}{3}n+1 & n\geq0\end{cases}$

1) a) Montrer par récurrence que $U_n\leq n+3$ pour tout $n\in IN$.
   b) Vérifier que $U_{n+1}-U_n=\frac{1}{3}(n+3-U_n)$ pour tout $n\in IN$.
   c) En déduire la monotonie de la suite (U_n).
2) On désigne par V_n la suite définie sur IN par : $V_n=U_n-n$

a) Démontrer que est V_n une suite géométrique de raison $\frac{2}{3}$.

b) En déduire que : $U_n = 2.(\frac{2}{3})^n + n$ pour tout $n \in IN$.

c) Déterminer alors la limite de la suite U_n.

EXERCICE N°4 : (5,5 points)

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé (unité graphique 2cm) on considère les points $A; B$ et Ω d'affixes respectives $z_A = 1 - i$ $z_B = 2 + \sqrt{3} + i$ et $z_\Omega = 2$

Soit ζ le cercle de centre Ω et de rayon 2

1) a/ Vérifier que $B \in \zeta$

b/ Placer les points A et Ω .Construire alors le point B

2)a/ Ecrire z_A sous forme exponentielle

b/ Ecrire $\frac{z_B}{z_A}$ sous forme algébrique

c/ Montrer que $\frac{z_B}{z_A} = (1 + \sqrt{3})e^{i\frac{\pi}{3}}$

d/ En déduire la forme exponentielle de z_B

e/ Déterminer alors la valeur exacte de $\sin(\frac{\pi}{12})$

☺ BON TRAVAIL ☺