

<b>L-S-ROGBA</b>	<b><u>Devoir de contrôle n°1</u></b> <b>***Mathématiques***</b>	<b>Classe : 4<sup>ème</sup> SC<sub>1</sub></b>
<b>A-S :2013/2014</b>	<b>Prof : MBAREK Kamel</b>	<b>Durée : 2 Heures</b>

**EXERCICE 1: (7 Pts)**

1/ a) Résoudre dans  $\mathcal{C}$  l'équation (E):  $iz^2 - \sqrt{3}z - i = 0$ .

b) Ecrire les solutions de (E) sous forme exponentielle.

2/ Soit  $\theta \in ]0, \pi[$  on considère l'équation (E<sub>θ</sub>):  $iz^2 + (2 \sin \theta)z - 2i(1 + \cos \theta) = 0$ .

a) Vérifier que  $\sin^2 \theta - 2(1 + \cos \theta) = [i(1 + \cos \theta)]^2$ .

b) Résoudre alors l'équation E<sub>θ</sub>.

3/ Dans le plan complexe muni d'un R.O.N.D (O,  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$ ), on considère les points M et N d'affixes respectives  $z_M = 1 + e^{i\theta}$  et  $z_N = -1 + e^{i(\pi-\theta)}$ .

a) Déterminer l'ensemble des points M lorsque  $\theta$  varie dans  $]0, \pi[$

b) Vérifier que  $z_M = 2 \cos(\frac{\theta}{2}) e^{i\frac{\theta}{2}}$  et que  $z_N = 2 \cos(\frac{\theta}{2}) e^{i(\pi-\frac{\theta}{2})}$ .

c) Quelle est la nature du triangle OMN pour tout  $\theta \in ]0, \pi[$  ?

**EXERCICE 2: (3 Pts)**

Dans le plan complexe à tout point M(z) on associe le point M'(z') tel que  $z' = \frac{z+i}{z-2i}$ .

1/ Pour  $z \neq 2i$ , on pose  $z = 2i + re^{i\theta}$ , avec  $r > 0$  et  $\theta \in \mathbb{R}$ . Vérifier que  $z' - 1 = \frac{3}{r} e^{i(\frac{\pi}{2}-\theta)}$ .

2/ A est le point d'affixe 2i.

a) Déterminer l'ensemble  $E_1 = \{M(z) \text{ tels que } |z' - 1| = 3\}$ .

b) Déterminer l'ensemble  $E_2 = \{M(z) \text{ tels que } \arg(z' - 1) = \frac{\pi}{2} + k\pi ; k \in \mathbb{Z}\}$ .

**EXERCICE 3: (6 Pts)**

Soit la fonction f définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x-2} & \text{si } x < 0 \\ \sqrt{3x^2 + 1} + x & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

1/a) Montrer que pour tout  $x < 0$  on a:  $\frac{1}{x-2} \leq f(x) \leq \frac{-1}{x-2}$ .

b) En déduire  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ; interpréter graphiquement le résultat.

2/a) Calculer  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ .

b) Etudier la continuité de f en 0.

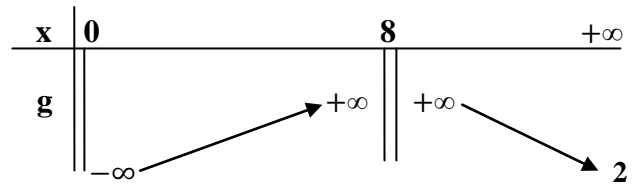
3/ Montrer que l'équation  $f(x) = 8$  admet une unique solution  $\alpha$  dans  $[0,4]$ .

4/ Soit  $g$  une fonction continue sur son domaine de définition ayant le tableau des variations ci-dessous

Calculer les limites suivantes :

a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g \circ f(x)$       b)  $\lim_{x \rightarrow \alpha} g \circ f(x)$

c)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f \circ g(x)$



**EXERCICE 4 : (4 Pts)**

La courbe  $(C_f)$  ci-dessous représente une fonction  $f$  dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

La droite  $\Delta: y = -x$  est une asymptote à  $(C_f)$  au  $V_{-\infty}$  ; la droite  $\Delta': y = 1$  est une asymptote à  $(C_f)$  au  $V_{+\infty}$

1/a) Déterminer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  ;  $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) + x]$  ;  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\pi}{[f(x)+x]}$  ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{f(x)}{x+1}$ .

b) Déterminer  $f'_g(1)$ ,  $f'_d(1)$  et  $f \circ f(\alpha)$

2/ Donner le tableau des variations de  $f$ .

3/ Soit  $g$  la fonction définie par  $g(x) = \frac{1}{E(f(x))}$ .

a) Déterminer l'ensemble de définition de  $g$ .

b) Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ .

