L-S-ROGBA	Devoir de contrôle n°1 ***Mathématiques***	Classe : 4ème SC1
A-S :2013/2014	Prof : MBAREK Kamel	Durée : 2 Heures

EXERCICE 1 : (7 Pts)

1/ a) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E): $iz^2 - \sqrt{3}z - i = 0$.

b) Ecrire les solutions de (E) sous forme exponentielle.

2/ Soit $\theta \in]0, \pi[$ on considère l'équation (E_θ): $iz^2 + (2\sin\theta)z - 2i(1+\cos\theta) = 0$.

a) Vérifier que $\sin^2\theta - 2(1+\cos\theta) = [i(1+\cos\theta)]^2$.

b) Résoudre alors l'équation E_θ.

3/ Dans le plan complexe muni d'un R.O.N.D $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points M et N d'affixes respectives $z_M = 1 + e^{i\theta}$ et $z_N = -1 + e^{i(\pi-\theta)}$.

a) Déterminer l'ensemble des points M lorsque θ varie dans $]0, \pi[$

b) Vérifier que $z_M = 2\cos(\frac{\theta}{2})\, e^{i\frac{\theta}{2}}$ et que $z_N = 2\cos(\frac{\theta}{2})\, e^{i(\pi-\frac{\theta}{2})}$.

c) Quelle est la nature du triangle OMN pour tout $\theta \in]0, \pi[$?

EXERCICE 2 : (3 Pts)

Dans le plan complexe à tout point M(z) on associe le point $M'(z')$ tel que $z' = \frac{z+i}{z-2i}$.

1/ Pour $z \neq 2i$, on pose $z = 2i + re^{i\theta}$, avec $r > 0$ *et* $\theta \in IR$. Vérifier que $z' - 1 = \frac{3}{r}e^{i(\frac{\pi}{2}-\theta)}$.

2/ A est le point d'affixe 2i.

a) Déterminer l'ensemble $E_1 = \{M(z) \text{ tels que } |z' - 1| = 3\}$.

b) Déterminer l'ensemble $E_2 = \left\{M(z) \text{ tels que } \arg(z' - 1) = \frac{\pi}{2} + k\pi \,;\, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

EXERCICE 3: (6 Pts)

Soit la fonction f définie sur IR par $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x-2} & \text{si } x < 0 \\ \sqrt{3x^2+1} + x & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

1/a)Montrer que pour tout $x < 0$ *on a*: $\frac{1}{x-2} \leq f(x) \leq \frac{-1}{x-2}$.

b) En déduire $\lim_{x\to-\infty} f(x)$; interpréter graphiquement le résultat.

2/a)Calculer $\lim_{x\to 0^-} f(x)$.

b) Etudier la continuité de f en 0.

3/ Montrer que l'équation $f(x) = 8$ admet une unique solution $\propto$ dans $[0,4]$.

4/ Soit g une fonction continue sur son domaine de définition ayant le tableau des variations ci-dessous

Calculer les limites suivantes :

a) $\lim_{x\to+\infty} g \circ f(x)$ b) $\lim_{x\to\propto} g \circ f(x)$

c) $\lim_{x\to0^+} f \circ g(x)$

x	**0**		**8**		$+\infty$
g	‖ $-\infty$	↗	$+\infty$ ‖ $+\infty$	↘	**2**

EXERCICE 4 : **(4 Pts)**

La courbe (C_f) ci-dessous représente une fonction f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

La droite $\Delta: y=-x$ est une asymptote à (C_f) au $V_{-\infty}$; la droite $\Delta': y=1$ est une asymptote à (C_f) au $V_{+\infty}$

1/a) Déterminer $\lim_{x\to-\infty} f(x)$; $\lim_{x\to-\infty}[f(x)+x]$; $\lim_{x\to-\infty} \frac{\pi}{[f(x)+x]}$; $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim_{x\to(-1)^-} \frac{f(x)}{x+1}$.

b) Déterminer $f'_g(1)$, $f'_d(1)$ et $f \circ f(\alpha)$

2/ Donner le tableau des variations de f.

3/ Soit g la fonction définie par $g(x)=\frac{1}{E(f(x))}$.

a) Déterminer l'ensemble de définition de g.

b) Calculer $\lim_{x\to+\infty} g(x)$.