

EXERCICE 1 (4pts)

La figure ci-contre est la courbe d'une fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-2,1\}$.

1) Déterminer par une lecture graphique :

a) $f(0)$ et $f(2)$

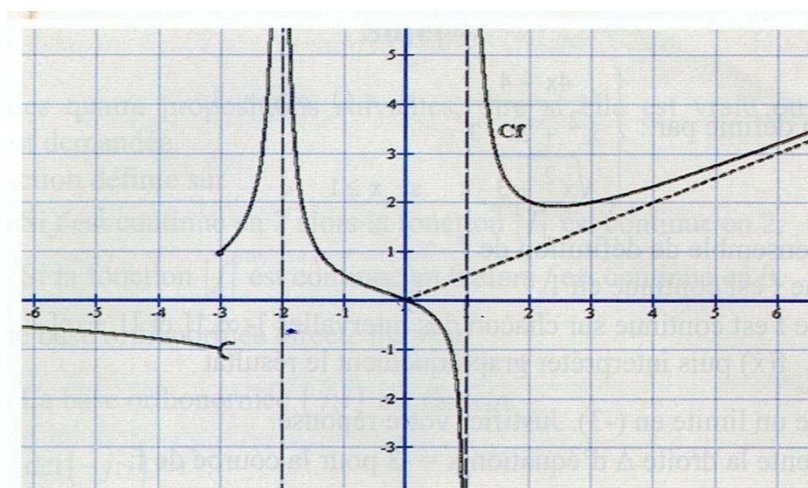
b) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{f(x)}$ et $\lim_{x \rightarrow 0^+} f\left(\frac{\sqrt{x}-x}{\sqrt{x}}\right)$

c) $f(]-2, 1[)$

2) a) f est-elle continue en -3 ? Justifier votre réponse.

b) Dresser le tableau de variation de f sur $]-2, +\infty[$

3) Déterminer le signe de $f(x)$ sur $\mathbb{R} \setminus \{-2,1\}$.

**EXERCICE 2 (5pts)**

Soit f la fonction définie par : $f(x) = x + \sqrt{1 - \frac{1}{x}}$ sur $I =]-\infty, 0[$.

1) a) Vérifier que f est bien définie sur I .

b) Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$

2) a) Vérifier que f est continue sur I .

b) Montrer que f est strictement croissante sur I .

3) a) Etudier la position de (C_f) par rapport à $\Delta: y = x + 1$

b) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique $\alpha \in \left]-\frac{3}{2}, -\frac{5}{4}\right[$



c) Donner un encadrement de α d'amplitude 10^{-1} près.

4) Donner le signe de $f(x)$ sur I.

EXERCICE 3 (5pts)

Soit (u_n) la suite définie sur \mathbb{N} par : $u_n = n\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

1) Calculer u_0 et u_1

2) a) Montrer que $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2n}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$

b) En déduire que $\frac{u_{n+1}}{u_n} \leq \frac{3}{4}$, $\forall n \geq 2$

c) En déduire que la suite (u_n) est décroissante.

3) a) Montrer par récurrence que $u_n \leq \left(\frac{3}{4}\right)^{n-2} \times u_2$, $\forall n \geq 2$

b) Calculer alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

EXERCICE 4 (6pts)

(O, \vec{u}, \vec{v}) un repère orthonormé direct.

Soient les points B et C d'affixes respectives : $z_B = \sqrt{3} - i$ et $z_C = 1 + i\sqrt{3}$

1) a) Ecrire z_B et z_C sous forme exponentielle.

b) Construire les points B et C à la règle et au compas dans le repère (O, \vec{u}, \vec{v}) .

2) a) Vérifier que $\frac{z_C}{z_B} = i$

b) Montrer que OBC est un triangle rectangle et isocèle.

3) a) Déterminer l'affixe du point A pour que $ABOC$ est un carré.

b) Déterminer l'affixe z_Ω du point Ω le centre de $ABOC$.

4) Déterminer l'ensemble $\Delta = \{M(z); |z - z_A| = |z - iz_B|\}$

BON TRAVAIL