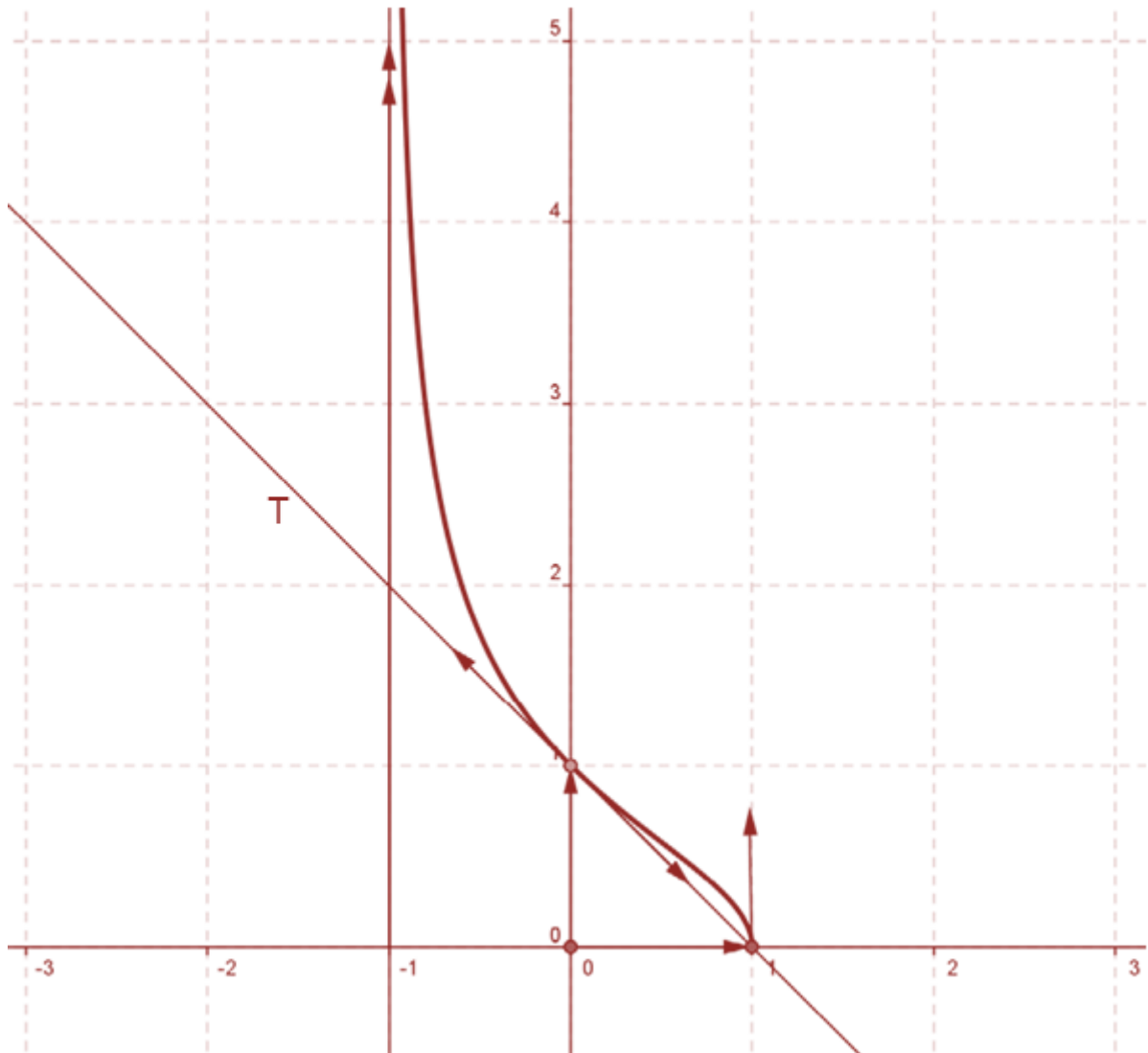


Exercice 1 :

On donne ci-dessous la courbe représentative dans un repère orthonormé d'une fonction f définie sur $]-1 ; 1[$.

Sur cette courbe on a indiqué la tangente T au point d'abscisse 0, la demi-tangente au point d'abscisse 1 et l'asymptote verticale d'équation $x = -1$



1.) En utilisant le graphique :

a. Donner $f(0)$, $f(1)$, $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)-1}{x}$ et $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x)}{x-1}$

b. Donner une équation de la tangente T .

c. Donner $f(]-1; 1[)$

2.) On donne pour tout $x \in]-1; 1[$, $f'(x) = \frac{-1}{(x+1)\sqrt{1-x^2}}$.

Soit h la fonction définie sur $]0; \pi[$ par $h(x) = f(\cos x)$.

a. Calculer $\lim_{x \rightarrow \pi^-} h(x)$.

b. Montrer que h est dérivable sur $]0; \pi[$ et calculer $h'(x)$.



Exercice 2 :

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2 - \sin \frac{\pi}{2} x$.

On désigne par (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- 1.) Justifier la continuité et la dérivabilité de f sur \mathbb{R} .
- 2.) a. Montrer qu'il existe un point de (C_f) d'abscisse e appartient à $]0, 1[$ tel que la tangente en ce point est de vecteur directeur \vec{i} .
b. Calculer $f'(x)$ pour tout réel x .
c. Montrer que $f(e) = e^2 - \frac{\sqrt{\pi^2 - 16e^2}}{\pi}$
- 3.) Montrer que l'équation $2f(x) = 3$ admet une solution $\alpha \in]1; 2[$

Exercice 3 :

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points A, B, C et E d'affixes respectives : $z_A = 1 - i$; $z_B = 3i$; $z_C = -3 - 2i$ et $z_E = -i$.

- 1.) a. Montrer que ABC est un triangle isocèle et rectangle.
b. Déterminer l'affixe de D tel que : ABDC soit un carré.
- 2.) Soit f l'application du plan dans lui-même définie par :

$$f: \mathbb{C} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{C}$$

$$M(z) \mapsto M'(z') \text{ tel que } z' = \frac{z - 3i}{iz}$$

- a. Déterminer l'ensemble (E_1) des points $M(z)$ tel que z' soit réel.
 - b. Montrer que pour tout réel $z \neq 0$ on a : $iz(z' + i) = -3i$.
 - c. En déduire que si M appartient au cercle $C_{(0,6)}$ de centre O et de rayon 6 alors M' appartient à un cercle que l'on précisera.
- 3.) On suppose que $z = 3ie^{2i\theta}$ où $\theta \in [0; \pi[$
 - a. Montrer que $z' = 2\sin\theta e^{-i\theta}$.
 - b. Déterminer θ pour que M' soit sur le cercle trigonométrique.

Exercice 4 :

Soit u la suite définie sur \mathbb{N} par : $u_0 = -2$ et $u_{n+1} = \frac{4u_n + 3}{u_n + 6}$

- 1.) a. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $-2 \leq u_n \leq 1$.
b. Montrer que u est convergente et calculer sa limite.
- 2.) Soit la suite v définie sur \mathbb{N} par $v_n = \frac{u_n + 3}{u_n - 6}$
 - a. Montrer que la suite v est géométrique de raison $q = \frac{7}{3}$
 - b. Exprimer v_n puis u_n en fonction de n .
 - c. Retrouver la limite de (u_n) .