L.S :02/03/34 **Goubellat** **Date : 01/11/2016** **Classe :** 4^eme^ *année* **Prof :Hamdi**	**Devoir de Contrôle N°1** **Section : Sciences Expérimentales** **Epreuve : Mathématiques** **Durée : 2h** **Coefficient :3**

EXERCICE N° 1 (3 Pts)

Pour chaque question une ou plusieurs réponses sont exactes.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et la ou les lettres qui correspondent à la réponse ou aux réponses choisies

1°) Soit Z un nombre complexe non nul d'argument θ .Un argument de $\dfrac{1+i\sqrt{3}}{\overline{Z}}$ est :

a °) $\dfrac{\pi}{3}+\theta$; b°) $\dfrac{\pi}{3}-\theta$;c°) $\dfrac{2\pi}{3}-\theta$

2°) soit A , B et C trois points d'affixes respectives Z_A ; Z_B et Z_C vérifiant:

$\dfrac{Z_A - Z_B}{Z_C - Z_A} = 2i$ alors

a°) (AB) // (AC) ; b°) A ; B et C sont alignés ; c°) le triangle ABC est rectangle

3°) Si $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$ et $g(x) = x + \sqrt{x^2-1}$ alors ona: $\lim\limits_{x\to+\infty} gof(x) =$

a°) 0 ; b°) $-\infty$; c°) $+\infty$

4°) Soit (Un) une suite définie par : $U_n = \dfrac{(-1)^n}{n}$ donc la limite de la suite (Un) est :

a°) est égale à 0 ; b°) n'existe pas ; c°) est égale à (-1.)

EXERCICE N° 2 (6 Pts)

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{U}, \vec{V})$

on considère les ponts A, B et C d'affixes respectives $Z_A = i$; $Z_B = i\sqrt{3}+1$ et $Z_C = -1$

1°) a°/ Donner le module et un argument de Z_A et Z_B

b°/ Ecrire Z_A et Z_B sous forme trigonométrique et exponentielle

2°) Pour tout point M du plan d'affixes z on associe le point M' d'affixes $Z' = \dfrac{iZ+i}{Z-i}$

Déterminer l'ensemble des points M (z) tel que Z' est réel

3°) a°/ Montrer que $|Z'| = \dfrac{CM}{AM}$

b°/ En déduire que lorsque M décrit la médiatrice du segment [AC]

le point M' décrit un cercle que l'on déterminera

EXERCICE N° 3 (6 Pts)

Soit la fonction f définie sur ℝ par : $f(x) = \begin{cases} 1 + \dfrac{1-\cos x}{x^2} & \text{si } x \in \left]-\infty, 0\right[\\ 2x + \sqrt{x^2 + \dfrac{9}{4}} & \text{si } x \in \left[0, +\infty\right[\end{cases}$

1°) a °/ Montrer que pour tout $x \prec 0$ on a $0 \leq f(x) - 1 \leq \dfrac{2}{x^2}$

b °/ En déduire $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$

2°) a°/Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x}$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} (f(x) - x)$

b °/ Etudier la continuité de f en 0

3°) a °/ Justifier la continuité de f sur $\left[0, +\infty\right[$

b °/ Montrer que f est strictement croissante sur $\left[0, +\infty\right[$

c °/ Déterminer $f([0, 2])$,en déduire que l équation : $2f(x) - 7 = 0$ admet une unique solution $\alpha \in [0, 2]$

EXERCICE N° 4 (5 Pts)

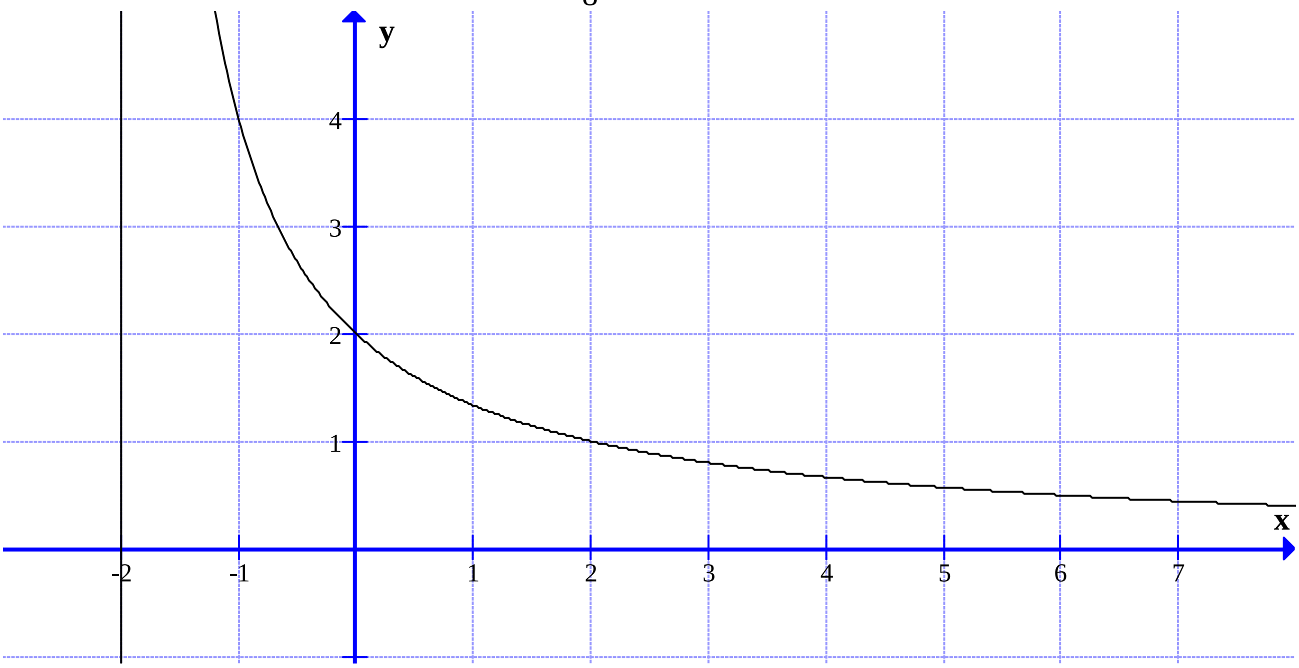
La graphe ci contre est la représentation graphique d'une fonction f définie et continue sur $\left]-2, +\infty\right[$ .L'axe des abscisses est une asymptote à (C) au voisinage de $+\infty$ et la droite D : $x = -2$ est une asymptote verticale à (C)

Soit g la fonction définie sur $\left]-2, +\infty\right[$ par $g(x) = \dfrac{1}{f(x)}$

1°) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} gof(x)$ et $\lim\limits_{x \to -2^+} gof(x)$

2°) Déterminer $gof([-1, 0])$

3°) Montrer que l'équation : $gof(x) = \dfrac{3}{8}$ admet une unique solution dans $[-1, 0]$



BONNE CHANCE