

Devoir de contrôle N°1

LS :02/03/34

Goubellat

Date :9/11/2017

Classe : 4^{ème} année

Prof :Hamdi

Section: Sciences Expérimentales

Epreuve: Mathématique

Durée:2h

Coefficient:3

EXERCICE N° 1 (4 Pts)

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = \begin{cases} \frac{2x}{\sqrt{x^2+1}} & \text{si } x \geq 0 \\ \frac{x \sin x}{x^2+1} & \text{si } x < 0 \end{cases}$

1°) Montrer que f est continue en 02°) a° / Montrer que pour tout $x \in]-\infty; 0[$ on a : $\frac{x}{x^2+1} \leq f(x) \leq \frac{-x}{x^2+1}$ b° / Dédurre $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ 3°) a° / Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$

b° / Calculer ces limites

* $\lim_{x \rightarrow -\infty} f\left(\frac{1}{x^2+1}\right)$

* $\lim_{x \rightarrow 2^+} f\left(\frac{2x-1}{x-2}\right)$

* $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(-x^3+1)$

EXERCICE N° 2 (5 Pts)I°) On donne $g(x) = x^2 + x - 1$ 1° / Montrer que $g(x) = 0$ admet une unique solution α sur $\left[-\frac{1}{2}, +\infty\right[$ 2° / Vérifier que $\alpha \in]0, 1[$ 3° / Donner un encadrement de α d'amplitude 0,54° / Donner le signe de $g(x)$ sur $\left[-\frac{1}{2}, +\infty\right[$ II°) Soit la fonction f définie sur $\left[-\frac{1}{2}, +\infty\right[$ par : $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 6x - 3$ 1° / Dresser le tableau de variation de f 2° / Montrer que $f(\alpha) = \alpha(\alpha - 4) - 3$ 3° / On donne $h(x) = x^2 - 4x - 3$ a°) Etudier les variations de h sur $\left[\frac{1}{2}, 1\right]$ b°) En déduire que : $-6 \leq f(\alpha) \leq -\frac{19}{4}$ 

4 ° / a °) Montrer que l'équation : $f(x) = 0$ admet deux solutions β et θ tels que

$$-\frac{1}{2} \leq \beta \leq \alpha \leq \theta$$

b °) Donner le signe de $f(x)$ sur $\left[-\frac{1}{2}, +\infty\right[$

EXERCICE N° 3 (5 Pts)

Dans l'annexe ci _joint on a représenté dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j})

la courbe C_f d'une fonction f définie sur $[-2, 4]$ par $f(x) = \frac{-3x + 8}{x - 5}$

1 °) Déterminer $f([-2, 4])$

2 °) Soit la suite U définie sur \mathbb{N} par :
$$\begin{cases} U_0 = 3 \\ U_{n+1} = f(U_n) \text{ pour tout } n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

a ° / Placer sur l'axe (O, \vec{i}) les termes $U_0 ; U_1 ; U_2$ et U_3

b ° / Quelle conjecture peut_on émettre à propos de la convergence de la suite U

3 °) a ° / Montrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $-2 \leq U_n \leq 4$

b ° / Montrer que la suite U est décroissante

c ° / En déduire que la suite U est convergente et déterminer sa limite

4 °) On pose la suite V définie sur \mathbb{N} par :
$$V_n = \frac{U_n + 2}{U_n - 4}$$

a ° / Montrer que la suite V est une suite géométrique de raison $\frac{1}{7}$

b ° / Exprimer V_n puis U_n en fonction de n

c ° / Retrouver la limite de la suite U

EXERCICE N° 4(6 Pts)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct (O, \vec{U}, \vec{V})

On considère les points $A ; B$ et C d'affixes respectives $Z_A = 1 + i\sqrt{3} ; Z_B = 2\sqrt{2} e^{i\frac{\pi}{12}}$ et

$$Z_C = -\sqrt{3} + i$$

1 °) a ° / Donner une écriture exponentielle de Z_A et Z_C

b ° / Construire les points A et C

c ° / Vérifier que $\frac{Z_C}{Z_A}$ est imaginaire puis déduire la nature de triangle OAC

2 °) On donne $Z = 1 - i$

a ° / Ecrire Z sous forme exponentielle

b ° / En déduire que $(1 - i)Z_A = Z_B$

c ° / Montrer que : $Z_A - Z_C = (1 - i)Z_A$

d ° / En déduire que $OBAC$ est un parallélogramme puis construire B

3 °) a ° / Ecrire Z_B sous forme algébrique



b ° / Déduire les valeur exacte de $\text{Cos } \frac{\pi}{12}$ et $\text{Sins } \frac{\pi}{12}$

4 °) a ° / Construire le cercle (C) de centre O et de rayon $2\sqrt{2}$

La perpendiculaire à (OB) passant par O coupe le cercle (C) en un point D d'affixe Z_D dont sa partie imaginaire est positive

b ° / Montrer que $Z_D = i Z_B$

c ° / Montrer que OADC est un carré

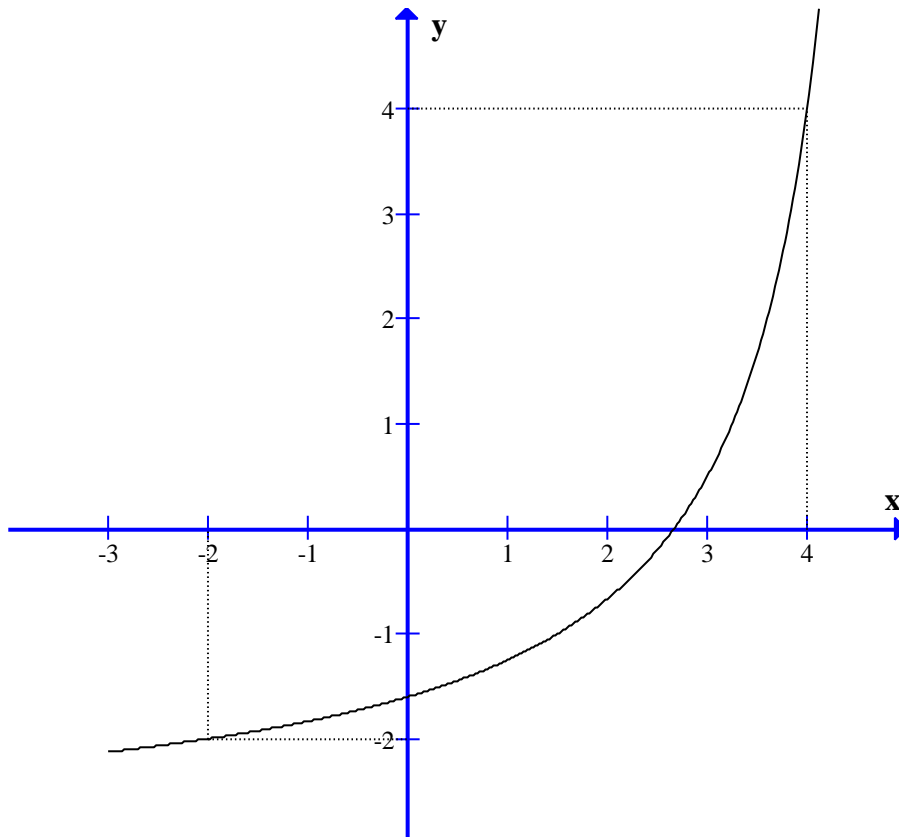
BONNE CHANCE

Nom :

Prénom :

Classe :

EXERCICE N° 3



EXERCICE N° 4

