| | | | |
|---|---|---|---|
| *Lycée El Amel Fouchana* | ***Devoir de contrôle n°01*** | | |
| *Prof : B. Zouhaier* | *4 ème SC 2* | *Lundi 13-11-2017* | *Durée :2heures* |

***Exercice n°1(4,5 points) :***

***Les trois parties I,II et III sont indépendantes***

**I/**

1. Enoncer la formule de Moivre
2. Démontrer que $\left(cos\frac{\pi}{8}+isin\frac{\pi}{8}\right)$ est une racine carrée du nombre complexe $\frac{1+i}{\sqrt{2}}$

**II/**(o,$\vec{u}$,$\vec{v}$) désigne un repére orthonormé du plan complexe $A, B$ $et$ $C$ d'affixes respectives 1, i et$-1$ , cocher la réponse exacte, aucune justification n'est demandée

1. L'ensemble des points $M$ d'affixes $Z$ tels que $\frac{Z-1}{Z+1}=i$ est :

a) le singleton {B} ; b) la droite (AC) ; c) le cercle de diamètre [AC]

2. L'ensemble des points $M$ d'affixes $Z$ tels que $\bar{Z}-iZ-1+i=0$ est :

a)la droite (AB) ; b)la droite (AC) ; c)la droite (BC)

**III/**Répondre par **vrai** ou **faux** en justifiant la réponse

1. La suite définie sur IN par $U_n=\frac{4^n-3^n}{3^n+4^n}$ est convergente vers 1
2. La suite définie sur IN par $V_n=\frac{(-2)^n}{(-2)^n+1}$ est divergente

***Exercice n°2(5,5points) :***

1. a)Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $(E): z^2+4iz-7=0$
   b)En déduire les solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation $z^2-4iz-7=0$

Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé ( o,$\vec{u}$,$\vec{v}$), on considère les points $G, A$ , $B$ $et$ $C$ d'affixes respectives : $i, \left(-\sqrt{3}+2i\right), \left(\sqrt{3}+2i\right)$ $et$ $-i$ et $(\Gamma)$ le cercle de centre $G$ et rayon 2

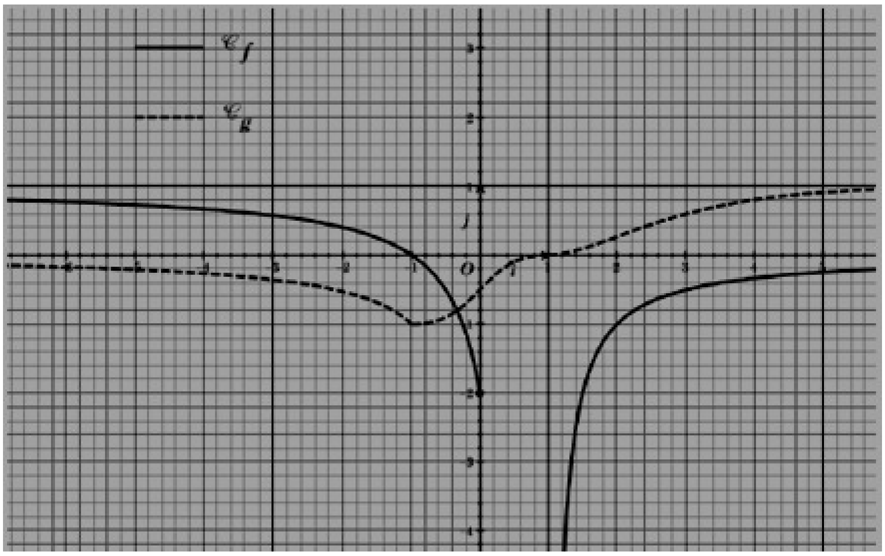
2. a)Montrer que $A$ et $B$ appartiennent à $(\Gamma)$
   b) Construire alors les points $G, A, B, et$ $C$
3. a) Vérifier que $ABC$ est équilatéral
   b) Déterminer l'affixe du point $D$ pour que $ABCD$ soit un losange.
   c) Calculer l'aire du losange $ABCD$
4. Montrer que $G$ le centre de gravité de $ABC$

***Exercice n°3(4points) :***

Dans la figure ci-contre on a représenté les fonctions $f$ $et$ $g$ définies respectivement sur $]-\infty;0]\cup]1;+\infty[$ $et$ $IR$ .

- Les droites $x = 1; y = 1$ $et$ $y = 0$ sont les asymptotes de $(\mathcal{C}_f)$
- les droites $y = 0$ $et$ $y = 1$ sont les asymptotes de $(\mathcal{C}_g)$

1. Déterminer $\lim_{x\to-\infty} fog$ et $\lim_{x\to1^-} fog$
2. Déterminer l'ensemble de définition de $fog$
3. Déterminer l'image de l'intervalle $]-\infty, 1]$ par $g$
4. Résoudre graphiquement $fog(x) = 0$
5. Montrer que $fog$ est continue sur $]-\infty, 1]$




***<u>Exercice n°4 (6points):</u>***

On considère la fonction $f$ définie sur $IR$ par : $\begin{cases} f(x) = \sqrt{x^2+1} - 1 & si\ x \leq 0 \\ f(x) = \frac{\sin(x)-x}{x} & si\ x > 0 \end{cases}$

On désigne par $(C_f)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(o,\vec{i},\vec{j})$.

1) Montrer que $f$ est continue en 0 .
2) a) Montrer que la droite $\Delta$: $y = -(x+1)$est une asymptote à $(C_f)$ au voisinage de $-\infty$ .

   b) Montrer que $\frac{-1}{x} - 1 \leq f(x) \leq \frac{1}{x} - 1$ pour tout $x > 0$

   c)Déduire $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ et interpréter graphiquement ce résultat.
3) Montrer que l'équation : $f(x) = -\frac{1}{2}$ , admet au moins une solution $\alpha$ $dans$ $\left]\frac{\pi}{2}; \pi\right[$ .
4) Soit la fonction $g$ définie sur $\left]-\frac{\pi}{2}, 0\right]$ par : $\begin{cases} g(x) = \frac{f(\tan(x))}{\tan(x)} & si\ -\frac{\pi}{2} < x < 0 \\ g(0) = 0 \end{cases}$

   a) Vérifier que pour tout $x\epsilon \left]-\frac{\pi}{2}, 0\right[$ $on\ a : g(x) = \frac{1-\cos(x)}{\sin(x)}$

   b) Déduire que $g$ est continue à gauche en 0 .

   c)Montrer que $g$ est continue sur $\left]-\frac{\pi}{2}, 0\right[$

***<u>Bon travail</u>***