Lycée Secondaire Ibn Charaf A.S. 2017 – 2018 | Novembre 2018	Devoir de contrôle n°1 **Mathématiques**		
Section : 4ème Sciences expérimentales 2	Durée : 2h	Coefficient : 3	Prof. Maayoufi

L'épreuve comporte deux pages numérotées de 1/2 à 2/2.
Il sera tenu compte du soin apporté à la rédaction. **Le barème est approximatif**.

Exercice 1 : (4 points)

A. Indiquer la réponse exacte :

1) La suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $u_n = \dfrac{3(-2)^n - 1}{4(-2)^n + 2}$, alors $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n)$ égale à :

a/ $-\dfrac{1}{2}$ b/ $\dfrac{3}{4}$ c/ n'admet pas de limite.

2) $\lim\limits_{x\to 0^+}\left(\dfrac{\sin x}{\sqrt{x}}\right)$ est égale à :

a/ 1 b/ 0 c/ $+\infty$

3) L'équation : $x^3 + x - 1 = 0$ admet exactement dans $\mathbb{R}$:
a/ une solution b/ deux solutions c/ trois solutions

4) Soit les points M(z) et M(z') tels que : $\arg(z) \equiv \dfrac{\pi}{2} + \arg(z')[2\pi]$ alors :

a/ O, M et M' sont alignés b/ $(OM) \perp (OM')$ c/ $M' = S_O(M)$.

B. Répondre par vrai ou faux, en <u>justifiant la réponse</u> :

1) Soit (u_n) une suite telle que (u_{2n}) et (u_{2n+1}) sont convergentes, alors (u_n) est convergente.

2) L'écriture exponentielle du nombre complexe $z = -2i$ est : $z = -2e^{i\frac{\pi}{2}}$.

3) Soit f une fonction strictement croissante sur $[0\,;+\infty[$; alors $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.

4) L'image de l'intervalle $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$ par la fonction $f(x) = 2x - \cos x$ est $[-1;\pi]$.

Exercice 2 : (3 points)

Soit les nombres complexes : $z_1 = 1 + i\sqrt{3}$ et $z_2 = 2\sqrt{2}(1-i)$.

1) a/ Donner l'écriture trigonométrique de z_1 et z_2.

b/ En déduire l'écriture trigonométrique de $\dfrac{z_1}{z_2}$.

2) a/ Donner la forme algébrique de $\dfrac{z_1}{z_2}$.

b/ En déduire les valeurs exactes de : $\cos\left(\dfrac{7\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\dfrac{7\pi}{12}\right)$.

Exercice 3 : (5 points)

Dans le plan complexe $\mathscr{P}$ rapporte à un repère orthonormé directe $(O,\vec{u},\vec{v})$, on considère les points A, B et C d'affixes respectives : $z_A = 3$; $z_B = -i$ et $z_C = 2 + 3i$.

1) Placer les points A, B et C dans le plan $\mathscr{P}$.

2) a/ Calculer les modules : $|z_B - z_A|$ et $|z_C - z_A|$.

b/ Donner un argument de: $\dfrac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$. En déduire la nature du triangle ABC.

3) a/ Déterminer l'ensemble $\mathscr{C}$ des points M(z) tels que : $|z+i| = 2$.

b/ Déterminer l'ensemble $\mathscr{D}$ des points M(z) tels que : $|iz - 3i| = |z - 2 - 3i|$.

Exercice 4 : (4 points)

Soit (u_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par : $u_n = \dfrac{n+1}{4^n}$; $n \geq 0$.

1) a/ Montrer que $\forall n \in \mathbb{N} : \dfrac{u_{n+1}}{u_n} \leq \dfrac{1}{2}$.

b/ En déduire que $\forall n \in \mathbb{N} : 0 \leq u_n \leq \left(\dfrac{1}{2}\right)^n$.

c/ En déduire $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n)$.

2) Soit la suite (S_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $S_n = \sum\limits_{k=0}^{n} u_k$.

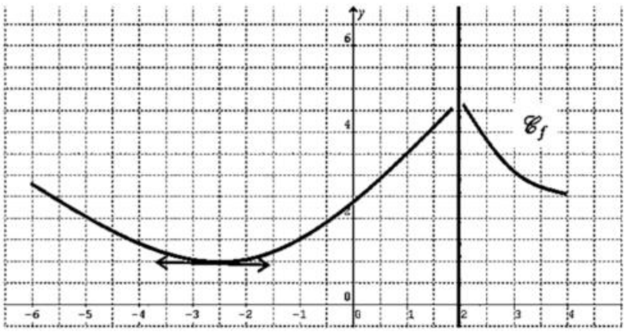
a/ Montrer que (S_n) est suite croissante.

b/ Montrer que $\forall n \in \mathbb{N} : S_n \leq 2$.

c/ Que peut-on dire sur la convergence de de (S_n).

Exercice 5 : (4 points)

On a représenté ci-contre la courbe représentative de la fonction f définie sur $[-6\,;4] \setminus \{2\}$.



En utilisant le graphe :

1) a/ Étudier les variations de f.

b/ Déterminer : $f([-6\,;2[)$ et $f([2\,;4[)$.

2) Soit h la fonction définie par : $h(x) = \dfrac{1}{f(x)}$.

a/ Déterminer le domaine de définition de h.

b/ Déterminer : $h([-6\,;2[)$ et $h([2\,;4[)$.

c/ Montrer alors que h est prolongeable par continuité en 2.

Fin de l'épreuve ../..