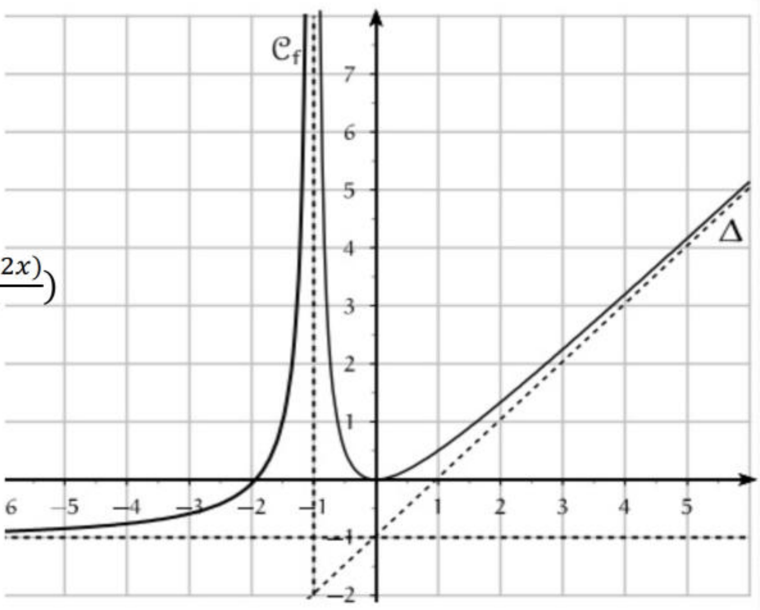
Lycée IBN ROCHD	**DEVOIR DE CONTROLE N° 1 : MATHEMATIQUES**	Tarek CHOKRY

*** Date : 12 / 11 / 2018 *** $4^{\text{ème}}$ Sci.Exps 3 *** Durée : 02 h ***

EXERCICE N° 1: (4 pts)

La courbe ci-contre représente une fonction f définie sur IR \ {-1}.



1) Déterminer graphiquement :

a) f(0) ; f(- 2)

b) $\lim_{x\to+\infty} f(x)$; $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim_{x\to-1} f(x)$

c) $\lim_{x\to-\infty} f(\frac{-x+1}{x+1})$; $\lim_{x\to0} f(\frac{\sin(-2x)}{x})$ et $\lim_{x\to-\infty} f\ o\ f\ o\ f(x)$

2) a) Déterminer le nombre des solutions de l'équation f(x) = 1.

b) Résoudre l'inéquation f(x) $\geq$ 0.

EXERCICE N° 2: (4 pts)

1) a) Ecrire sous forme algébrique $(5-3i)^2$.

b) Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$, l'équation : $z^2-(3-i)\,z-2+6i=0$.

2) Dans le plan complexe rapporté a un repère orthonormé direct $(O\,,\ \vec{u}\,,\vec{v})$. On considère les points A, B et C d'affixes respectives : 2i ; -1+ i et 4 - 2i.

a) Ecrire -1 + i et 2i sous forme exponentielle puis en déduire sous forme algébrique $\left(\frac{-1+i}{2\,i}\right)^{12}$

b) Montrer que $\frac{z_A-z_C}{z_A-z_B}$ = 4i puis en déduire que le triangle ABC est rectangle en A.

EXERCICE N° 3: (6 pts)

Soit f la fonction définie sur IR par : f(x) = $\begin{cases} x^3+x+1 & si\ x\leq 0 \\ 1+x\sin(\frac{\pi}{x}) & si\ x>0 \end{cases}$

1) a) Montrer que pour tout x > 0 ; 1 – x ≤ f(x) ≤ 1 + x.

b) En déduire alors $\lim_{x\to0^+} f(x)$.

c) Etudier la continuité de f en 0.

2) a) Etudier les variations de f sur $]-\infty\,;\,0[$ et déterminer alors f ($]-\infty\,;\,0[$).

b) Montrer que l'équation f(x) = 0 admet dans $]-\infty\,;\,0[$ une unique solution ∝.

c) Vérifier que - 0,7 ≤ α ≤ - 0,6.

3) Montrer que f est continue sur IR.

EXERCICE N° 4: **(6 pts)**

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{U}, \vec{V})$.

On considère les points A, B et C d'affixes respectives : $a = 2 + 2i$, $b = e^{i\frac{5\pi}{6}}$ et $c = 1 - i\sqrt{3}$.

1) a) Déterminer la forme exponentielle de a et c.

b) placer les points A, B et C dans le plan complexe.

2) a) Déterminer la forme algébrique de b.

b) Déterminer l'affixe du point D pour que le quadrilatère ADCB soit un parallélogramme.

3) a) Montrer que $ab = -(1+\sqrt{3}) + i(1-\sqrt{3})$.

b) Ecrire ab sous la forme exponentielle.

c) En déduire alors les valeurs exactes de $\cos\frac{\pi}{12}$ et $\sin\frac{\pi}{12}$

BON TRAVAIL