LS El Alia DEVOIR DE CONTROLE N°1AS : 2018/2019
Prof:Tlich Ahmed (BAC science) Durée: 2h

Exercice n°1 : (3 points)

Montrer ces résultats

1)Soit le nombre complexe $z = 2e^{i\frac{\pi}{3}}$ alors z^3 est un réel négatif.

2)$e^{i\frac{7\pi}{12}} + e^{i\frac{\pi}{4}} = 2cos\left(\frac{\pi}{6}\right)e^{i\frac{5\pi}{12}}$

3) Les suites définies sur IN* par $U_n = \frac{1}{n}$ et $V_n = \frac{-1}{n^2}$ sont adjacentes.

Exercice n°2 :(6 points)

1) Le plan complexe est munie d'un repère orthonormé direct (O, $\vec{u}, \vec{v}$).On considère les points A, B et C d'affixes respectifs : $Z_A = 1 + i\sqrt{3}$., $Z_B = -\sqrt{3} + i$ et $Z_C = 2 + 2i$

a) Ecrire Z_A et Z_B sous forme exponentielle.

b) Construire les points A et B dans le repère.

c) Monter que OAB est un triangle rectangle et isocèle en O.

2) a) Construire le point E du plan tel que OAEB soit un carré.

b) Montrer graphiquement que $Z_E = 2\sqrt{2}e^{i\frac{7\pi}{12}}$

c) Vérifier que $Z_E = Z_A + Z_B$ puis écrire Z_E sous forme algébrique.

d) Déduire les valeurs exactes de $\cos(\frac{7\pi}{12})$ et $\sin(\frac{7\pi}{12})$

3) a) Montrer que E et C appartient au même cercle de centre O et puis placer le point C.

b) Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont colinéaires.

c) En déduire que OEC est un triangle équilatéral.

Exercice n°3 :(7 points)

Soit la fonction définie sur par IR par $f(x) = \begin{cases} \frac{x+1+sinx}{x+1} & si\ x \geq 0 \\ x^3 + x + 1 & si\ x < 0 \end{cases}$

1) Montrer que f est continue en 0

2) a) Montrer que pour tout $x \in [0, +\infty[$ on a : $\frac{x}{x+1} \leq f(x) \leq \frac{x+2}{x+1}$

b) Déduire $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

3) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(\frac{x}{x^2+2})$, $\lim\limits_{x\to2^+} f(\frac{-2}{\sqrt{x-2}})$ et $\lim\limits_{x\to0} \frac{f^2(x)-1}{f(x)-1}$

4)a) Montrer que la fonction f est strictement croissante sur $]-\infty, 0[$

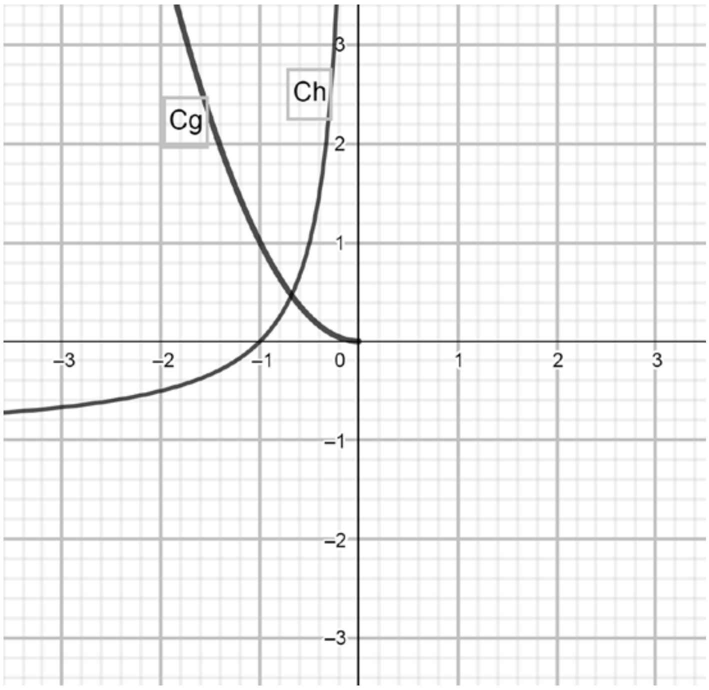
b) Montrer que l'équation f(x) = 0 admet une unique solution α dans $]-\infty, 0[$ puis vérifierque :$-0.7 < \alpha < -0.6$

5) La courbe ci-dessous est celle des fonctionshet g définie sur $]-\infty, 0[$ par h(x) =$-1 - \frac{1}{x}$et g(x) = x^2 et soit A leur point d'intersection.

a) Montrer que le point A admetpour abscisse α.

b) Etudier graphiquement la position relative des deux courbes.

c) Vérifier que $f(x) = x[g(x) - h(x)]$puisdresser le tableau de signe de f(x) sur $]-\infty, 0[$.



Exercice n°4 :(4 points)

Soit (U_n) la suite définie sur IN par : $\begin{cases} U_0 = 3 \\ U_{n+1} = \dfrac{4U_n - 2}{U_n + 1} \end{cases}$

1) a) Montrer que pour tout n ∈ IN : $U_n \geq 2$.

b) Montrer que (U_n)est décroissante.

c) Déduire que (U_n) est convergente et calculer sa limite.

3) a) Montrer que pour tout n ∈ IN : $U_{n+1} - 2 \leq \dfrac{2}{3}(U_n - 2)$.

b) Montrer par récurrence que pour tout n ∈ IN : $U_n - 2 \leq (\dfrac{2}{3})^n$

c) Retrouver la limite de U.

4) Soit la suite $S_n = \sum_{k=0}^{n} U_k$

a) Montrer que pour tout n on a : $2(n+1) \leq S_n \leq 2(n+1) + 3[1 - (\frac{2}{3})^{n+1}]$

b) Calculer $\lim\limits_{n \to +\infty} S_n$ et $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{S_n}{n}$

Bon travail