

Exercice 4 (6points)

L'espace est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On considère les points $A(3,2,4)$, $B(0,3,5)$ et $C(3,1,0)$.

1. Montrer que ABC est un triangle et calculer son aire.
2. Soit le point $E(1, m+2, -1)$ où m est un réel.
 - a. Calculer, en fonction de m , $(\vec{AB} \wedge \vec{AC}) \cdot \vec{AE}$
 - b. En déduire la valeur de m pour que E soit un point du plan (ABC) .
3. Dans la suite on prend $m=2$
Soit H le projeté orthogonal du point E sur le plan (ABC) .
 - a. Calculer le volume du tétraèdre $EABC$.
 - b. En déduire EH .
4.
 - a. Déterminer une équation cartésienne du plan (ABC) .
 - b. Déterminer une représentation paramétrique de la droite (EH) .
 - c. Déterminer les coordonnées du point H .
5. Soit S la sphère dont une équation cartésienne est :
$$x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 4y - 10z + 15 = 0$$
 - a. Déterminer les coordonnées du centre I et le rayon R de S .
 - b. Vérifier que la droite (AI) est perpendiculaire au plan (ABC) .
 - c. Déterminer la position relative du plan (ABC) et la sphère S .