



Exercice 1 : (5 points)

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 5}$. on désigne par C sa courbe représentative dans un repère orthonormée (O, \vec{i}, \vec{j}) (voir annexe).

- 1) Vérifier que f est définie sur \mathbb{R} .
- 2) Montrer que la droite $x = -1$ est un axe de symétrie de C .
- 3) Dresser le tableau de variation de f .
- 4) a) Montrer que la droite $\Delta: y = x + 1$ est une asymptote à C au voisinage de $+\infty$.
b) tracer C .
- 5) on désigne par g la restriction de f à l'intervalle $[-1, +\infty[$
 - a) Montrer que g réalise une bijection de $[-1, +\infty[$ sur $[2, +\infty[$.
 - b) tracer la courbe C' de g^{-1} .

Exercice 2 : (5 points)

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R}^+ par $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ et F la primitive de f qui s'annule en $x=0$.

- I. Soit H la fonction définie sur $I = \left[0, \frac{\pi}{2}\right[$ par $H(x) = F(\tan x)$
 - 1) Montrer que H est dérivable sur I et que $H'(x) = 1$.
 - 2) Déduire que $H(x) = x$ pour $x \in I$
 - 3) Calculer $F(1)$.
- II. Soit G la fonction définie sur \mathbb{R}^+ par $G(x) = F\left(\frac{1}{1+x}\right) + F\left(\frac{x}{2+x}\right)$
 - 1) Montrer que G est dérivable sur \mathbb{R}^+ et que $G'(x) = 0$
 - 2) Déterminer $G(x)$.
 - 3) Déduire que $F\left(\frac{1}{2}\right) + F\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{\pi}{4}$

Exercice 3 : (7 points)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. On considère les points $A(-1, 0, 1)$, $B(1, 4, -1)$, $C(3, -4, -3)$ et $D(4, 0, 4)$

- 1) Montrer que les points A , B , C et D ne sont pas coplanaires.
- 2) Montrer que ABC est un triangle rectangle en A .
- 3) a) Déterminer les composantes de $\vec{AB} \wedge \vec{AC}$.
b) En déduire une équation cartésienne du plan (ABC) .
- 4) Calculer la distance $d(O, (AB))$.
- 5) a) calculer le volume \mathcal{V} du tétraèdre $ABCD$.
b) Soit H le projeté orthogonal de D sur le plan (ABC) . Calculer DH .

Nom et prénom N° :

Exercice Q.C.M : (3 points)

1) si f est dérivable sur \mathbb{R} , g une primitive de f sur \mathbb{R} alors la dérivée de gof est :

a) $f' \times fof$

b) fof

c) $f of'$

2) la primitive de \sqrt{x} sur $[0, +\infty[$ qui s'annule en 1 est :

a) $\frac{2}{3}x\sqrt{x}$

b) $\frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{2}$

c) $\frac{2}{3}x\sqrt{x} - \frac{2}{3}$

3) $(\vec{u} + \vec{v}) \wedge (\vec{u} - \vec{v})$ est égale à :

a) $\vec{0}$

b) $-2\vec{u} \wedge \vec{v}$

c) $\vec{u}^2 - \vec{v}^2$

Annexe

