

Exercice N°1 (QCM)(3points)

Pour chacune des questions suivantes choisir la bonne réponse .

1) Une primitive de $f : x \mapsto \frac{8}{\sqrt{4-4x}}$ sur $] -\infty, 1[$ est la fonction définie par :

a) $F(x) = -4\sqrt{4-4x}$

b) $F(x) = -2\sqrt{4-4x}$

c) $F(x) = -\sqrt{4-4x}$

2) Une primitive de $g : x \mapsto \cos\left(\frac{x}{2}\right)\sin^2\left(\frac{x}{2}\right)$ sur \mathbb{R} est la fonction définie sur \mathbb{R} par :

a) $G(x) = \frac{1}{3}\left(\sin\left(\frac{x}{2}\right)\right)^3$

b) $G(x) = \frac{2}{3}\left(\sin\left(\frac{x}{2}\right)\right)^3$

c) $G(x) = \frac{1}{6}\left(\sin\left(\frac{x}{2}\right)\right)^3$

3) La fonction $H(x) = x\sqrt{x+1}$ est une primitive sur $]1, +\infty[$ de la fonction :

a) $h(x) = \frac{3x+2}{2\sqrt{x+1}}$

b) $h(x) = \frac{2x+3}{2\sqrt{x+1}}$

c) $h(x) = \frac{x+2}{2\sqrt{x+1}}$

Exercice N°2(5,5points)

Le graphique ci-dessous est la courbe représentative d'une fonction f définie sur $[-3, +\infty[$ ainsi que sa tangente T au point d'abscisse 0, sa demi tangente à droite au point $(-3, -2)$, et ses demi tangentes au point $(-1, 0)$

• La courbe C_f admet au voisinage de $+\infty$ une branche parabolique de direction $(0, \vec{i})$

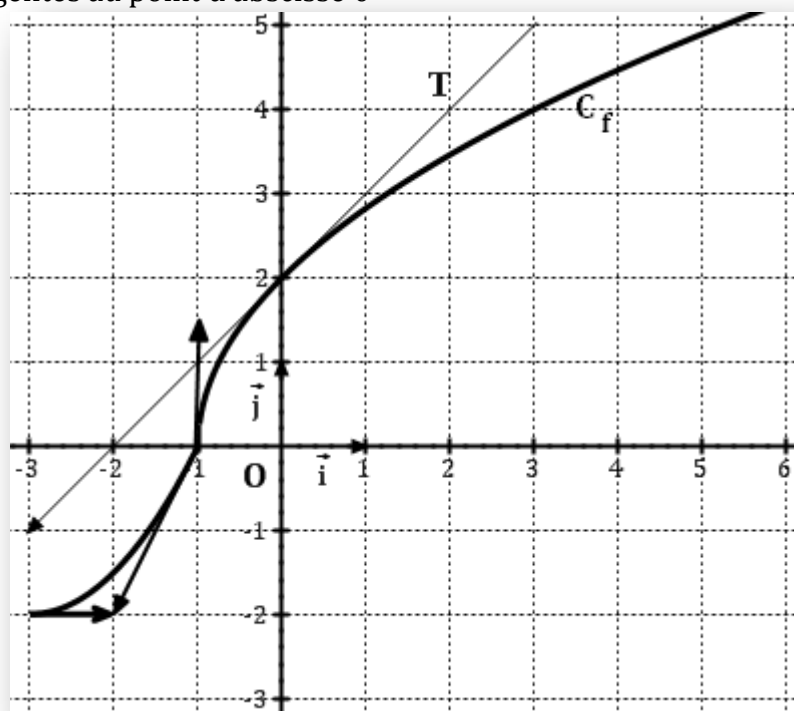
1) Par lecture graphique déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$; $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{f(x)}{x+1}$ et $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{f(x)}{x+1}$

2) Ecrire l'équation de la Tangente à C_f au point d'abscisse 0.

3) a) Justifier que f réalise une bijection de $] -3, +\infty[$ sur un intervalle J qu'on précisera.

b) Montrer que f^{-1} est dérivable en 2 et déterminer $(f^{-1})'(2)$

c) Tracer dans le même repère la courbe de f^{-1} . Ainsi que sa demi tangente à au point d'abscisse -2 et ses demi tangentes au point d'abscisse 0



Exercice N°3(6points)

L'espace ξ est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

On donne les points $A(0,1,0)$; $B(1,0,0)$; $C(0,2,1)$ et $D(1,0,-4)$.

- 1°)
 - a) Montrer que les points A , B et C définissent un plan P
 - b) Déterminer l'aire du triangle ABC
 - c) Ecrire une équation du plan P
- 2°)
 - a) Montrer que les points A,B,C et D ne sont pas coplanaires.
 - b) Calculer le volume du tétraèdre ABCD.
- 3°)
 - a) Vérifier que le point I (1 ; 1 ; 1) est le centre du cercle \mathcal{C} circonscrit au triangle ABC .
 - b) Ecrire une représentation paramétrique de l'axe Δ de \mathcal{C}
 - c) Ecrire l'équation cartésienne du plan Q médiateur de [AD].
 - d) Déterminer les coordonnées du point d'intersection K de Q et la droite Δ .

Exercice N°4(6,5points)

Soit f la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par $f(x) = \begin{cases} f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} & \text{si } x \leq 0 \\ f(x) = \frac{x^2}{x+1} & \text{si } x > 0 \end{cases}$

On désigne par C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j})

- 1)
 - a) Vérifier que f est continue en 0
 - b) Etudier la dérivabilité de f à gauche en 0
 - c) Etudier la dérivabilité de f à droite en 0
- 2)
 - a) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
 - b) Montrer que D : $y = x - 1$ est une asymptote à C_f au voisinage de $+\infty$
- 3)
 - a) Montrer que pour tout x de $]-\infty, 0]$ on a $f'(x) = \frac{1}{(\sqrt{x^2+1})^3}$.
 - b) Calculer $f'(x)$ pour $x > 0$ et dresser le tableau de variation de f.
- 4) Tracer D , C_f et les demi tangentes de C_f au point O
- 5)
 - a) Montrer que f réalise une bijection de \mathbb{R} sur $f(\mathbb{R})$
 - b) Expliciter $f^{-1}(x)$ pour $x \in]-1, 0]$