

NOM :

PRENOM :

EXERCICE N° 1 (5 points)

A/ Cocher la bonne réponse :

On donne la fonction $f(x) = x^2 - 4x + 3$, f réalise une bijection de $[1, +\infty[$ vers $[-1, +\infty[$:

- ① $f^{-1}(x)$ est égale à : $2 + \sqrt{1+x}$ $2 - \sqrt{1+x}$ $-2 + \sqrt{1+x}$ $-2 - \sqrt{1+x}$
- ② $(f^{-1})'(3)$ est égale à : $-\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ $-\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$
- ③ Si G une primitive de g sur \mathbb{R} alors $G(3x)$ est une primitive de :
 $g(3x)$ $3g(3x)$ $\frac{1}{3}g(3x)$

B/ Répondre par vraie ou faux :

- ① Si f est continue sur $[1,2]$ et si $f(x) \leq g(x)$ alors $\int_2^1 f(x) dx \geq \int_2^1 g(x) dx$
- ② Soient $U_n = 2 + \frac{1}{n}$ et $V_n = 3 + \frac{2}{n}$, les deux suites (U_n) et (V_n) sont adjacentes, justifier

EXERCICE N° 2 (4 points)L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ On considère les points $A(3,2,6)$, $B(1,2,4)$ et $C(4,-2,5)$

- ① Montrer que les points O, A, B et C ne sont pas coplanaires
- ② a – Calculer $\vec{AB} \wedge \vec{AC}$
 b – Calculer le volume du tétraèdre $OABC$
- ③ Soit H le projeté orthogonal du point B sur le plan (OAC) , Déduire BH

EXERCICE N° 3 (11 points)On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = 1 + \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ On note (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) (unité 1 cm

- ① a – Dresser le tableau de variation de f
 b – Ecrire l'équation de la tangente T à (C_f) au point d'abscisse 0
 c – Etudier la position relative de (C_f) et la tangente T
 d – Montrer que l'équation $f(x) = x$ admet dans \mathbb{R} une solution unique α et $1 < \alpha < 2$
 e – Construire (C_f) et T
- ② a – Calculer l'aire de la partie du plan limitée par (C_f) , l'axe des abscisses et $x = -1$ et $x = 1$
 b – Montrer que : $0 \leq f'(x) \leq \frac{\sqrt{2}}{4}$ pour tout $x \geq 1$
- ③ a – Montrer que f réalise une bijection de \mathbb{R} vers un intervalle J que l'on précisera
 b – Montrer que f^{-1} est dérivable en 1, puis déterminer $(f^{-1})'(1)$
 c – Construire dans le même repère (C_f)
- ④ On considère la suite (U_n) définie par : $U_0 = 2$ et $U_{n+1} = f(U_n)$ pour tout $n \in \mathbb{N}$
 a – Montrer que : $U_n \geq 1$ pour tout $n \in \mathbb{N}$
 b – Montrer que : $|U_{n+1} - \alpha| \leq \frac{\pi}{4} |U_n - \alpha|$ pour tout $n \in \mathbb{N}$
 c – En déduire que la suite (U_n) est convergente

**** BON TRAVAIL ****