

Lycée secondaire Ali B.Bembola	Devoir de contrôle n° 2 Mathématiques	Classe : 4 ^{ème} sc3
Date 18 / 02 / 2012	Prof : Mosrati chawki	Durée : 2 heures

Exercice :1 (8pts)

L'espace \mathcal{E} étant rapporté à un repère o.n.d. $(o; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$.

On considère les points A(0 ; 1 ; 0) ; B(1 ; 0 ; -2) ; C(0 ; 0 ; -1) et D(1 ; -1 ; 0).

1-/a- Déterminer les composantes du vecteur $\overline{AB} \wedge \overline{AC}$ puis calculer $(\overline{AB} \wedge \overline{AC}) \cdot \overline{AD}$.

b- En déduire que les points A, B et C déterminent un plan P et que les points A, B, C et D ne sont pas coplanaires.

c- Calculer l'aire du triangle ABC et le volume du tétraèdre DABC, puis déduire la distance de D à P.

2-/ a- Montrer qu'une équation du plan est : $x - y + z + 1 = 0$.

b- Montrer que H(0 , 0 , -1) est le projeté orthogonale de D sur P .

3/On considère $S = \{ M(x,y,z) \text{ tel que : } x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 2z = 0 \}$

a- Vérifier que $E(2, -2, \sqrt{2})$ est un point de S.

b- Montrer que S est une sphère dont on caractérisera.

c- Montrer que P et S sont sécantes suivant un cercle ζ que l'on caractérisera.

4/ Déterminer l'ensemble des points M de \mathcal{E} tels que le triangle DME soit isocèle et rectangle en D.

Exercice :2 (4pts)

On considère la suite (I_n) définie sur \mathbb{N}^* par : $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\tan x)^n dx$.

1) a- Montrer que pour tout n de \mathbb{N}^* , $I_n \geq 0$

b- Montrer que (I_n) est une suite décroissante.

c- En déduire que (I_n) est une suite convergente.

2) a- Montrer que pour tout n de \mathbb{N}^* , $I_n + I_{n+2} = \frac{1}{n+1}$.

b- En déduire la limite de la suite (I_n) .

3) calculer I_2 et I_4

Exercice :3 (8pts)

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} & \text{si } x < 0 \\ x - \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

on désigne par C la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère o.n. $(o; \vec{i}; \vec{j})$

- 1) a- Vérifier que f est continue en 0.
b- Etudier la dérivabilité de f à droite et à gauche de 0.
Préciser les demi-tangentes à droite et à gauche en 0.
- 2) a- Etudier les variations de f .
b- En déduire que f est une bijection de \mathbb{R} sur $] -1, +\infty [$.
c- Montrer que pour tout $x \in] -1, 0]$ on a $f^{-1}(x) = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$.
- 3) a- Montrer que la droite $\Delta : y = x - 1$ est une asymptote à C au voisinage de $+\infty$.
b- Préciser la position de C par rapport à Δ sur $[1, +\infty [$.
- 4) a- Tracer la courbe C de f .
b- Tracer la courbe C' de f^{-1} dans le même repère $(o; \vec{i}; \vec{j})$.
- 5) Calculer l'aire de la région du plan limité par la courbe C et la droites d'équation $y = 0$, $x = -2$ et $x = 2$

BON TRAVAIL