

Exercice n°1 : (3 points)

Recopier l'unique bonne réponse et sans justification.

Question n°1

Dans un repère orthonormé direct.

Le plan $P : 2x - y + z - 3 = 0$ et la droite $D : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + 2t \\ z = 3t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ sont :

- a) Parallèles b) Perpendiculaires c) Sécants et non perpendiculaires

Question n°2

Soit A, B et C trois points fixes de l'espace. L'ensemble des points M l'espace vérifiant :

$$(\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{AM} = 0 \text{ est :}$$

- a) l'ensemble vide b) La droite (AB) c) le plan (ABC)

Question n°3

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 2x(x^2 + 1)$. La primitive F de f sur \mathbb{R} vérifiant $F(0) = 1$ est :

- a) $F(x) = \frac{1}{2}(x^2 + 1)^2$ b) $F(x) = \frac{1}{2}(x^2 + 1)^2 + \frac{1}{2}$ c) $F(x) = (x^2 + 1)^2 + \frac{1}{2}$

Exercice n°2 : (7 points)

L'espace est munie d'un repère orthonormé $(0, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On considère les points A(1,2,0), B(2,1,1), C(1,3,-2) et D(3,-4,3).

- 1) a) Montrer que les points A, B et C ne sont pas alignés.
b) Déterminer une équation cartésienne du plan $P = (ABC)$.
- 2) a) Vérifier que les points A, B, C et D ne sont pas coplanaires.
b) Déterminer le volume du tétraèdre ABCD.
- 3) Soit S la sphère d'équation : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 2z - 6 = 0$
a) Déterminer le rayon et les coordonnées du point I centre de S.
b) Montrer que P et S sont sécants suivant un cercle dont on précisera son rayon et les coordonnées de son centre J.
- 4) a) vérifier que D appartient à S.
b) Déterminer une équation du plan Q tangent à S en D.
c) Montrer que P et Q sont perpendiculaires.

Exercice n°3 : (4 points)

Soit la suite définie sur \mathbb{N}^* par : $I_n = \int_0^1 x^n \sqrt{x^2 + 1} dx$

- 1) Calculer I_1 .
- 2) Etudier la monotonie de la suite I.
- 3) a) Montrer que pour tout $x \in [0,1]$ et pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ on a : $0 \leq x^n \sqrt{x^2 + 1} \leq \sqrt{2}x^n$
b) déduire que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$: $0 \leq I_n \leq \frac{\sqrt{2}}{n+1}$.
- c) En déduire $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n$.

Exercice n°4 : (6 points)

Soit la fonction définie sur $[0, +\infty[$ par $f(x) = x + \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$ et C_f sa courbe représentative dans un

repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1) a) Calculer la limite de f en $+\infty$.

b) Montrer que $f'(x) = 1 + \frac{1}{(x^2 + 1)\sqrt{x^2 + 1}}$ pour tout $x \in [0, +\infty[$.

c) Dresser le tableau de variation de f .

d) Montrer que la droite $D : y = x + 1$ est une asymptote à la courbe de f au voisinage de $+\infty$.

e) Tracer C_f ainsi que la demi tangente à C_f au point O .

2) a) Montrer que f réalise une bijection de $[0, +\infty[$ sur un intervalle J à déterminer.

b) Construire dans le même repère la courbe de f^{-1} .

3) a) Calculer l'aire A de la partie du plan limitée par C_f , l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 2$.

b) Calculer l'aire B de la partie du plan limitée par $C_{f^{-1}}$ et les droites d'équations $y = 2$, $y = 0$ et la droite $D : y = x$.

Bon travail