LYCÉE KASSERINE

PROF: MR. BOUAZIZI BRAHIM

DEVOIR DE CONTROLE N°1

NIVEAU : 4ÈME SCIENCES EXPÉRIMENTALES

EPREUVE : MATHÉMATIQUES FÉVRIER 2014 DURÉE : 2 HEURES

➢ ***Le sujet de l'examen contient 4 pages, les pages n°3 et n°4 serons rendues***

Exercice n°1 : $(8\ points)$

Dans l'annexe ci-joint, on a tracé, dans un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$, *la représentation graphique (C) d'une fonction* f *dérivable sur* $\mathbb{R}$ *ainsi que ses tangentes aux points* $A\left(1\,,\frac{5}{3}\right)$ $B\left(2\,,\frac{4}{3}\right)$.

- *La courbe (C) admet deux asymptote* $D: y = x + \frac{4}{3}$ *et* $D': y = x - \frac{4}{3}$

1. *Par lecture graphique déterminer :*

   a) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{f(x)}{x}$ *et* $\lim\limits_{x\to+\infty} (f(x)-x)$ $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{f(x)-\frac{4}{3}}{x-2}$

   b) Dresser le tableau de variations de f

2. *Soit* g *la restriction de f à l'intervalle* $]-\infty;-1]$

   a) Montrer que g *réalise une bijection de* $]-\infty;-1]$ *sur un intervalle que l'on précisera*

   b) Vérifier que l'équation $g(x) = 0$ *admet une unique solution* α *telle que* $-\frac{4}{3} < \alpha < 1$

   c) Préciser alors le signe de f *sur* $\mathbb{R}$

   d) Vérifier que la fonction g^{-1} *n'est pas dérivable à gauche en* $\frac{5}{3}$

   e) Tracer dans le même repère la courbe (C') *de la fonction* g^{-1}

3. *a) Montrer que* f *admet une unique primitive F sur* $\mathbb{R}$ *telle que* $F(1) = -\frac{5}{6}$

   b) Préciser les variations de F sur $\mathbb{R}$

4. *a) Sachant que* $f(x) = x - \frac{4x-6}{3\sqrt{x^2-3x+3}}$ *; donner l'expression de F*

   b) Calculer l'aire A de la partie du plan limitée par la courbe (C), *l'axe des abscisses et les droites d'équations* $x = 0$ *et* $x = 2$

   c) Déduire l'aire A' *de la partie hachurée du plan limitée par la courbe* (C), *et les droites d'équations* $y = \frac{2}{\sqrt{3}}$ *;* $x = 0$ *et* $x = 2$

Exercice n°3 : $(7\ points)$

L'espace est muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$.

Soient les points $A(0,0,1)$*,* $B(1,-1,0)$*,* $C(0,1,3)$ *et* $I(2,1,-1)$

1. *a) Déterminer* $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$.

   b) Déduire que les points A, B et C déterminent un plan P

   b) Calculer le volume du tétraèdre $IABC$

2. *a) Montrer que le plan* P *est d'équation :*$x + 2y - z + 1 = 0$

   b) Montrer que la droite (BI) *est perpendiculaire au plan P*

3. *On considère l'ensemble S :* $\mathrm{x}^2 + \mathrm{y}^2 + \mathrm{z}^2 - 4\mathrm{x} - 2\mathrm{y} + 2\mathrm{z} - 3 = 0$

   a) Vérifier que $A \in S$

   b) Montrer que S est une sphère de centre I et déterminer son rayon R

   c) Prouver que l'intersection du plan P et la sphère S est un cercle de rayon $\sqrt{3}$ *et préciser son centre*

4. *Soit la droite D :*$\begin{cases} x = 2 + 2\alpha \\ y = 1 - \alpha \\ z = -1 \end{cases}$ *où* $\alpha \in \mathbb{R}$

   a) Vérifier que $I \in D$

   b) Pour tout point M *de la droite D ; calculer le volume du tétraèdre MABC*

   c) Expliquer pourquoi les tétraèdres MABC et $IABC$ *ont le même volume*

Exercice n°3: $(5\ points)$

Pour chacune des questions dans la page n°3 une seule des propositions données est correcte ; cocher la en justifiant

Principe pour la notation :

$(1\ pt)$ *pour chaque bonne réponse justifiée* $(0.5\ pt)$ *pour chaque bonne réponse non justifiée et* $(0\ pt)$ *en cas d'absence de réponse ou une fausse réponse.*

Bonne chance

---------------***----------------

Nom : **Prénom :** **N° :**

1. *Soit la fonction* $f : x \mapsto (x+1)\sqrt{x^2+2x+5}$. *Une primitive de* f *sur* $\mathbb{R}$ *est :*

$F : x \mapsto \sqrt{x^2+2x+5}^3$		$F : x \mapsto \frac{1}{3}\sqrt{x^2+2x+5}^3$		$F : x \mapsto \frac{2}{3}\sqrt{x^2+2x+5}^3$	

....

....

2. *La fonction* $G : x \mapsto \cos^3(-2x)$ *est une primitive sur* $\mathbb{R}$ *de la fonction* g *définie par*

$g(x) = 3\sin(-2x)\cos^2(-2x)$		$g(x) = -6\sin(-2x)\cos^2(-2x)$		$g(x) = 6\sin(-2x)\cos^2(-2x)$	

....

....

- *L'espace muni d'un repère orthonormé direct* $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. *Soient A et B deux points tels que* $AB = 3$

3. *L'ensemble des points M de l'espace tel que* $\overrightarrow{MA} \wedge \overrightarrow{MB} = \vec{0}$ *est :*

Une sphère		*Un plan*		*Une droite*	

....

....

4. *Le plan* $(A, \vec{i}, \vec{j})$ *et le plan* $P : x - y + 2 = 0$ *sont :*

Perpendiculaires		*Sécants*		*Parallèles*	

....

....

5. *Le plan Q passant par A et de vecteur normal* $\overrightarrow{AB}$ *et la sphère S de centre B et de rayon 3 sont*

Disjoints		*Tangents*		*Sécants*	

....

....

Nom : **Prénom :** **N° :**

Annexe: