Exercice n°1 : (3 points)

Choisir l'unique bonne réponse et sans justification.

1) l'espace est muni d'un repère orthonormé. On considère les points A (1,-1,0) et B (1 ,1 ,0)

L'ensemble des points M de l'espace vérifient : $\overrightarrow{MA} \wedge \overrightarrow{MB} = \vec{0}$ est la sphère de centre I et de rayon R

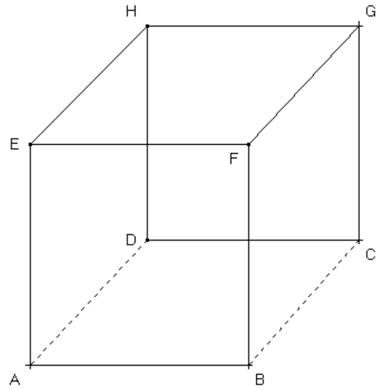
a) I(1,0,0) et R= 1 b) I(1,0,0) et R= 2 c) I(0,2,0) et R= 2

2) la figure ci contre représente un cube ABCDEFGH d'arrête 1.

L'Espace est munie d'un repère orthonormé $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$.

La sphère de centre A et passant par B et le plan P : x+1 =0 sont :

a) Non sécants b) tangents c) sécants en un cercle



3) Soit la fonction définie sur IR par $f(x) = (2x+1)^3$

La primitive F de f sur IR qui vérifie F(0)=0 est la fonction :

a) $F(x) = (2x+1)^4 - 1$ b) $F(x) = \frac{1}{8}(2x+1)^4$ c) $F(x) = \frac{1}{8}(2x+1)^4 - \frac{1}{8}$

Exercice n°2 : (6 points)

L'espace est muni d'un repère orthonormé direct $(0, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On donne les points A (3, 1,1), B (0, 0,1), C (1, 1,2) et I (1, 2,-1).

1) a) Calculer les composantes du vecteur $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$ et déduire que A, B et C ne sont pas alignés.
   b) Soit le plan P= (ABC) .Montrer que P : x -3y +2z -2 =0.
   c) Calculer le volume du tétraèdre IABC.

2) Soit l'ensemble S : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 2z - 3 = 0$.
   Montrer que S est une sphère de centre I et dont on précisera son rayon.

3) a) Déterminer une représentation paramétrique de la droite Δ passant par I et perpendiculaire à P.
   b) Déterminer les coordonnés du point H intersection de P et Δ.
   c) Montrer que S et P sont sécants en un cercle dont on précisera son centre et son rayon.

4) a)Vérifier que A appartient à S.
   b) Déterminer une équation cartésienne du plan Q tangent à S en A.
   c) Déterminer une équation de la sphère S' de centre B et tangent à Q.

<u>Exercice n°3 :</u> (5,5 points)

Soit la suite définie sur IN par $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{(x+1)^3}dx$

1) a) Montrer que (I_n) est décroissante.

b) Monter que pour tout n $\in$ IN et pour tout x $\in [0,1]$ on a : $0 \le \frac{x^n}{(x+1)^3} \le x^n$

c) Déduire que pour tout n $\in$ IN : $0 \le I_n \le \frac{1}{n+1}$ puis calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} I_n$.

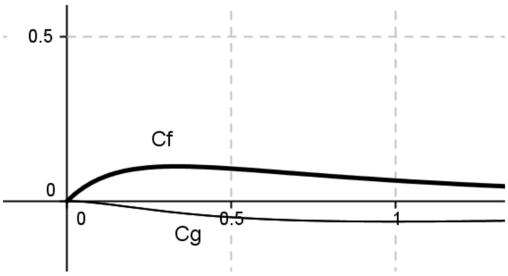
2) a) Calculer I_0 .

b) Calculer $I_0 + I_1$ puis déduire la valeur de I_1.

3) Dans le graphe ci contre on a tracer les courbes des fonctions f et g définies sur $[0, +\infty[$ par

f(x) = $\frac{x}{(x+1)^4}$ et g(x) = $\frac{-x^2}{(x+1)^4}$

Calculer A l'aire de la partie du plan limitée par Cf, Cg et les droites x = 0 et x=1.



<u>Exercice n°4 :</u> (5,5 points)

Soit la fonction définie sue $[0, +\infty[$ par f(x) = x$\sqrt{x^2+1}$

1) a)Etudier les variations de f.

b) Montrer que f réalise une bijection de $[0, +\infty[$ sur un intervalle J que l'on déterminera.

c) Vérifier que $f^{-1}(2\sqrt{5}) = 2$.

2) Dans l'annexe (page 3) on a représenter la courbe de f et celle de sa fonction dérivée f **'**.

a) Calculer l'aire A de la partie du plan limitée par Cf, l'axe des abscisses et les droites d'équations x=0 et x=1.

b) Calculer l'aire B de la partie du plan limitée par Cf, Cf ' et les droites x=0 et x=1.

3) a) Construire dans le même repère la courbe de f^{-1}.

b) Calculer l'aire D de la partie du plan limitée par Cf, Cf^{-1} et les droites d'équations x = 0 et x = $2\sqrt{5}$ et y = $2\sqrt{5}$ (On rappelle que f(2) = $2\sqrt{5}$).

<u>Courbes de l'exercice n°4</u>

<u>Nom et prénom :</u> ....